

Topographie. Topométrie. Géodésie

par **Michel KASSER**

Professeur des Universités

Ingénieur en Chef Géographe

Directeur de l'École Supérieure des Géomètres et Topographes

(Conservatoire National des Arts et Métiers)

1. Représentation de la surface terrestre	C 5 010 - 2
1.1 Surfaces de référence.....	— 2
1.2 Systèmes de coordonnées.....	— 3
1.2.1 Coordonnées géographiques	— 3
1.2.2 Coordonnées rectangulaires planes	— 3
1.2.3 Coordonnées cartésiennes tridimensionnelles.....	— 3
1.2.4 Déviation de la verticale	— 3
1.3 Représentations planes ou projections	— 3
1.3.1 Représentation ou projection Lambert	— 3
1.3.2 Projection UTM (<i>Universal Transverse Mercator</i>)	— 3
1.3.3 Projection stéréographique	— 4
2. Méthodes de mesures géométriques	— 4
2.1 Propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère	— 4
2.1.1 Vitesse de la lumière dans l'atmosphère.....	— 5
2.1.2 Réfraction atmosphérique. Trajectoire d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère	— 5
2.2 Mesures terrestres.....	— 6
2.2.1 Mesures d'angles.....	— 6
2.2.2 Mesures électro-optiques de distances	— 7
2.2.3 Mesures de dénivelées, ou nivellement	— 10
2.3 Méthodes de géodésie spatiale.....	— 12
2.3.1 Description du GPS (<i>Global Positioning System</i>)	— 12
2.3.2 Radio-interférométrie non connectée (VLBI).....	— 12
2.3.3 Télémétrie laser sur satellites.....	— 13
2.3.4 Autres systèmes de géodésie spatiale.....	— 13
2.4 Photogrammétrie.....	— 13
2.4.1 Principe général	— 13
2.4.2 Instruments employés.....	— 14
2.4.3 Exploitation d'images spatiales.....	— 14
2.5 Exemples de méthodes topographiques.....	— 14
2.5.1 Levés terrestres traditionnels (<i>levés directs</i>)	— 14
2.5.2 Exemples	— 15
3. Traitement et gestion des mesures	— 16
3.1 Acquisition et stockage des données.....	— 16
3.2 Logiciels de compensation	— 16
3.3 Systèmes d'information géographique (SIG)	— 18
Pour en savoir plus	Doc. C 5 010

La **géodésie** a pour objet initial l'étude et la mesure de la forme générale de la Terre, de sa rotation, de son champ de pesanteur et des différents systèmes de référence employables pour se repérer. Par extension de langage, le géodésien est celui qui fournit des points d'appui connus par leurs coordonnées pour les travaux topographiques dont l'objet est ainsi de densifier considérablement ce **canevas** de référence.

La **topographie** a pour objet la description et la représentation locale des formes de la surface de la Terre. Le topographe procède donc à des **levés**, soit en mesurant directement sur le terrain (mesures d'angles, de distances, ou GPS ; § 2.2 et 2.3.1), soit en exploitant les propriétés métriques d'images aériennes stéréoscopiques du sol (**photogrammétrie**).

La **topométrie** représente l'ensemble des moyens géométriques employés pour effectuer des mesures de positions relatives de points. C'est donc la boîte à outils de base du topographe.

Le travail du **géomètre** recouvre une série d'activités complémentaires mais étendues, allant de la topographie sous toutes ses formes à la **cartographie** (art qui consiste à représenter au mieux la topographie sous forme de cartes), et à tous les aspects techniques et juridiques de la définition de la propriété foncière.

Important : en Topographie, Topométrie et Géodésie, les angles sont exprimés en **degrés** ou en **grades** et les pressions en **millimètres de mercure**. On rappelle les correspondances avec les unités légales :

$$\begin{aligned} 1^\circ &= \pi/180 \text{ rad} ; \\ 1 \text{ gr} &= \pi/200 \text{ rad} ; \\ 1 \text{ mmHg} &= 133 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

1. Représentation de la surface terrestre

Historique

On peut retrouver des indices de travaux topographiques jusqu'à la plus haute antiquité (travaux hydrauliques, construction de grands édifices) et manifestement la définition de la propriété foncière était déjà source de conflits en Égypte ancienne ou en Mésopotamie, mais le grand essor de toutes ces techniques date du XVII^e siècle en Europe et surtout en France : à la mesure de la forme de la Terre sont attachés les travaux de l'Académie des Sciences, et si l'abbé Picard, dès 1660, a su développer des instruments de visée extrêmement précis, ce sont des hommes comme Bouguer, La Condamine, Clairaut, Huyghens, etc., puis les quatre générations de Cassini qui ont fait faire en guère plus d'un siècle des progrès absolument décisifs à la géodésie et à la cartographie. Il faut en retenir qu'entre 1760 et 1950, la précision des méthodes topométriques n'a même pas gagné un facteur 10, les seuls progrès significatifs étant dans le domaine de la facilité de mise en œuvre et dans l'ergonomie de ces techniques.

Aujourd'hui, en France, la notion de **réseau géodésique national** (sur lequel tous travaux topographiques doivent s'appuyer pour toujours rester compatibles entre eux, avec 500 000 repères d'altitude de précision et 100 000 repères géodésiques) s'efface avec un positionnement spatial mondial précis et d'accès facile comme le GPS (§ 2.3.1), et la notion de **carte de base**, document de base commun à tous types d'activités localisées et permettant la synergie entre travaux ultérieurs, disparaît devant le besoin omniprésent de **bases de données numériques nationales ou mondiales**, réclamées pour les applications des systèmes d'informations géographiques, et dont les performances semblent devoir disqualifier pour longtemps tout autre moyen de représentation de la surface topographique. En France donc, le Cadastre a commencé à numériser tous les plans cadastraux, alors que l'Institut Géographique National a engagé, depuis 1986, la majorité de ses moyens dans plusieurs bases de données nationales, dont la **BDTopo** d'une précision métrique et la **BDCarto** de précision décimétrique. C'est dire que dans ce secteur professionnel, tout change (de nouveau) avec une grande rapidité.

1.1 Surfaces de référence

La surface de la Terre ne s'écarte que de quelques dizaines de kilomètres de celle d'une sphère : cette surface est elle aussi parfois appelée **topographie**. Il s'agit à proprement parler de l'interface entre la partie solide de l'écorce terrestre et l'atmosphère ou les océans. Mais si l'on cherche à décrire cette surface, on est amené à s'intéresser au champ de pesanteur terrestre : en effet, la seule grandeur accessible en tout point est la direction de la verticale, qui est donc une référence obligée.

Si l'on étudie le champ de pesanteur, champ en $1/r^2$ comme le champ électrique par exemple, on pourra définir des surfaces équipotentielles dont l'espacement sera susceptible de varier d'un endroit à l'autre. Lorsque ces surfaces se rapprochent, et par analogie avec le champ électrique, le champ de pesanteur augmente, ce qui se traduit par des valeurs de g plus importantes que lorsque ces surfaces s'éloignent (**une surface équipotentielle du champ de pesanteur n'a rien à voir avec une surface où g serait une constante**). Une telle surface équipotentielle est partout perpendiculaire à la direction de la pesanteur, donc à la verticale locale, mais g n'y est pas uniforme. Si les océans n'étaient traversés d'aucun courant, s'ils étaient de densité constante, et s'ils étaient au repos, leurs surfaces décrieraient des équipotentielles du champ de pesanteur. L'une de ces surfaces, proche en général du niveau moyen de la mer, a été prise pour origine des altitudes : on l'appelle **géoïde**. Le géoïde est assez voisin d'un ellipsoïde de révolution, par rapport auquel il présente des irrégularités plus ou moins corrélées avec la topographie, n'excédant pas 100 m. On recherche donc l'ellipsoïde qui est le plus proche du géoïde, et on privilégie cette nouvelle surface parce qu'elle se décrit mathématiquement par deux nombres seulement : le demi-grand axe a et le demi-petit axe b . On va donc repérer de manière fiable tout point par rapport à sa position sur l'ellipsoïde par trois nombres (par exemple une longitude, une latitude et une hauteur).

Mais, pour beaucoup d'opérations, il faut en arriver à une représentation cartographique plane, permettant de travailler sur papier, et l'ellipsoïde n'est bien évidemment pas une surface développable. On va donc définir une dernière surface de référence, souvent cylindre ou cône (donc développable), et on déterminera une transformation amenant le point de l'ellipsoïde sur cette surface. Cette transformation est appelée **représentation plane**, et il s'agit fréquemment d'une simple **projection**, à tel point que le terme de projection désigne parfois, de manière générique et par abus de langage, toute représentation cartographique.

De très nombreux ellipsoïdes nationaux, voire régionaux, ont été établis par le passé, chacun approximant au mieux le géoïde sur sa zone de travail, et parfaitement confondu avec lui au **point fondamental** (pour la France, l'ellipsoïde est dit de Clarke et date de 1880, le point fondamental étant au Panthéon à Paris). Aujourd'hui, on a souvent recours à un **ellipsoïde général** dit **international**, ce qui simplifie les conversions de coordonnées qui restent malgré tout, d'un pays à un autre et pour des travaux frontaliers par exemple, un véritable problème technique et une source considérable d'ennuis. Les demi-grand axe et demi-petit axe de l'ellipsoïde international (adopté en 1924) valent respectivement 6 378 388 et 6 356 912 m.

1.2 Systèmes de coordonnées

Pour décrire la position d'un point A à la surface de la Terre, différents systèmes de coordonnées sont utilisés.

1.2.1 Coordonnées géographiques

– **Longitude de A** : angle dièdre entre deux plans contenant l'axe de rotation de la Terre, l'un contenant A et l'autre un point G de référence.

– **Latitude de A** : angle entre la verticale de A et le plan de l'équateur.

– **Altitude ellipsoïdique** : distance de A à l'ellipsoïde.

– **Altitude** : différents systèmes existent, tenant plus ou moins compte du champ de pesanteur, et assez proches d'une distance de A au géoïde. C'est surtout la surface servant de référence qui la différencie de la précédente.

1.2.2 Coordonnées rectangulaires planes

Employées sur le plan de représentation plane, l'axe des Y est dans la direction du Nord pour au moins un méridien donné, et l'axe des X lui est perpendiculaire : X est croissant vers l'Est et Y vers le Nord.

1.2.3 Coordonnées cartésiennes tridimensionnelles

Elles sont fréquemment utilisées comme intermédiaire de calcul lorsqu'on emploie des méthodes de positionnement spatial. Les axes X et Y sont orthogonaux dans le plan de l'équateur, l'axe Z est confondu avec l'axe de rotation terrestre moyen.

1.2.4 Déviation de la verticale

Ce terme désigne l'écart angulaire existant à un endroit donné entre la verticale physique du lieu (direction de la pesanteur matérialisée par exemple par un fil à plomb) et la direction orthogonale à la surface de l'ellipsoïde passant par ce point. Lorsqu'elle est inconnue (cas fréquent), c'est une cause d'imprécisions dans les calculs de triangulation dans lesquels, par nécessité, on est amené à supposer que l'on travaille sur l'ellipsoïde et non sur le géoïde.

1.3 Représentations planes ou projections

La représentation cartographique du terrain sur un plan passe par l'intermédiaire de l'ellipsoïde. La représentation des points du terrain ramenés à l'ellipsoïde (par projection) sur la surface cartographique (qui est développable) peut prendre un grand nombre de variantes différentes, selon que l'on préfère que les angles entre deux visées soient conservés (représentations conformes), ou plutôt que les surfaces le soient (représentations équivalentes), ou que les surfaces

ou les angles soient quelconques. On appelle **altération linéaire** la variation relative d'une longueur passant de l'ellipsoïde à la représentation cartographique, et **correction de réduction à la corde**, ou **correction de dV** (avec V visée), la correction angulaire qu'il convient d'apporter à une visée ramenée sur l'ellipsoïde lorsqu'elle est représentée sur le plan cartographique (figure 1).

Nous présenterons ici les projections les plus courantes : **Lambert** (employée pour la carte de France), **UTM** (*Universal Transverse Mercator*, très employée dans le monde) et **stéréographique** (emploi fréquent pour des travaux scientifiques).

1.3.1 Représentation ou projection Lambert

La représentation Lambert utilisée pour la France consiste à projeter, avec pour pôle le centre de la Terre, les points de l'ellipsoïde de référence sur un cône ayant pour axe celui de la Terre, ce cône étant tangent à l'ellipsoïde le long d'un parallèle de latitude Φ_0 . Dans ces conditions, on constate qu'à la distance d de ce parallèle, une longueur projetée sur ce cône subit une altération linéaire de valeur m , et R étant le rayon moyen de courbure de l'ellipsoïde en ce lieu :

$$m = 1 + \frac{d^2}{2R^2}$$

Cette valeur de m est malencontreusement toujours supérieure à 1. On a donc jugé utile de multiplier *a priori* m par une valeur constante inférieure à l'unité, souvent notée e_0 , et qui vaut en France :

$$e_0 = 0,999\ 877\ 4$$

de sorte que l'altération linéaire varie à peu près entre -12 et $+16$ cm/km lorsqu'on passe de la proximité du parallèle de latitude Φ_0 à celle correspondant à $\Phi_0 + 1,5$ gr, ce qui aboutit à des valeurs dont la moyenne est centrée sur 0. Grâce à cet artifice, il y a deux parallèles le long desquels l'altération linéaire est nulle (à environ 1 gr de Φ_0), et la France est découpée en 4 zones, ayant pour largeur chacune une bande de 3 gr en latitude. La zone I est centrée sur $\Phi_0 = 55$ gr, la zone II sur 52 gr, la zone III sur 49 gr et la zone IV (pour la Corse) sur 46,85 gr. Les formules détaillées décrivant la projection Lambert peuvent être trouvées dans de nombreux ouvrages, par exemple [1].

Il faut préciser par ailleurs qu'en France, le méridien de référence (Paris) est à 2,596 921 3 gr à l'est de Greenwich. L'image de ce méridien est parallèle à l'axe des Y.

Les coordonnées Lambert pour la géodésie sont obtenues en attribuant à l'intersection du méridien de référence et du parallèle de latitude Φ_0 les coordonnées $X = 600$ km et $Y = 200$ km, sauf pour la zone IV (Corse) où $X = 234\ 358$ m et $Y = 185\ 861,669$ m. L'axe des Y est parallèle au Nord lorsqu'on est sur ce méridien. Les coordonnées Lambert pour la cartographie sont les mêmes, excepté la valeur de Y qui est augmentée de 1 000 km pour la zone I, 2 000 km pour la zone II, 3 000 km pour la zone III et 4 000 km pour la zone IV.

De plus, on emploie fréquemment le **système Lambert II étendu**, qui représente une extension du Lambert II (zone II) à toute la France, avec bien sûr des altérations linéaires beaucoup plus fortes.

Dans la projection Lambert, l'image des parallèles donne des arcs de cercle centrés sur S (figure 2) et celle des méridiens, des droites concourantes en S.

1.3.2 Projection UTM (*Universal Transverse Mercator*)

En français, on utilise le terme de **Mercator Transverse Universelle**.

Cette projection conforme est très employée dans le monde, en particulier pour les cartes internationales. C'est une projection, ayant pour pôle le centre de la Terre, de l'ellipsoïde sur un cylindre qui est tangent à celui-ci tout le long d'un méridien de longitude λ , et ceci sur une zone s'étendant entre les longitudes $\lambda - 3^\circ$ et $\lambda + 3^\circ$, soit

donc sur un secteur de l'ellipsoïde de 6° de longitude. Hors de cette zone, on utilise un nouveau cylindre dont l'axe, compris dans le plan de l'équateur, est tourné lui aussi de 6° par rapport au précédent. Pour couvrir l'ensemble de la Terre, on emploie donc 60 fuseaux. Comme le rapport d'échelle serait ainsi toujours au moins égal à 1, mais jamais inférieur, on applique en outre un facteur d'échelle supplémentaire valant 0,999 6, ce qui fait que l'altération linéaire varie autour de l'unité, comme pour la projection Lambert.

Les images des parallèles et des méridiens forment des faisceaux de courbes assez difficiles à calculer. Pour plus de détails, se reporter en [Doc. C 5 010] à la référence [1].

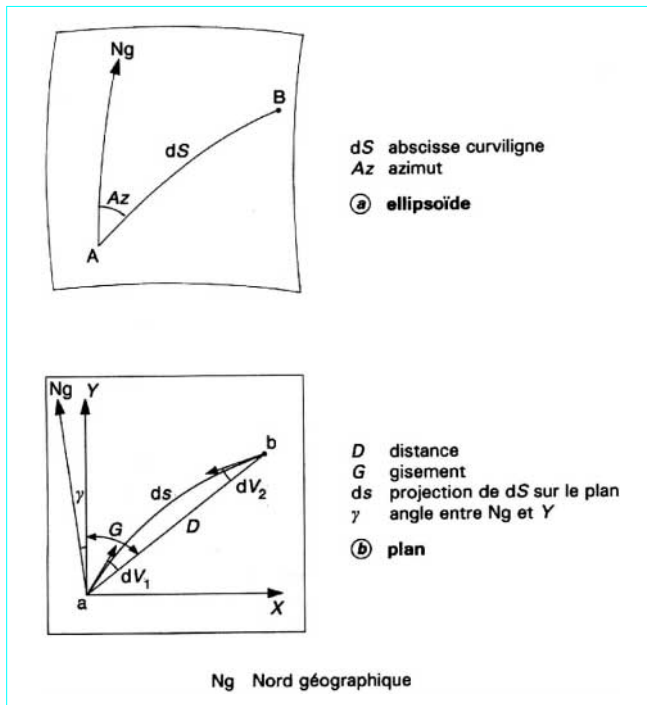


Figure 1 – Réduction à la corde

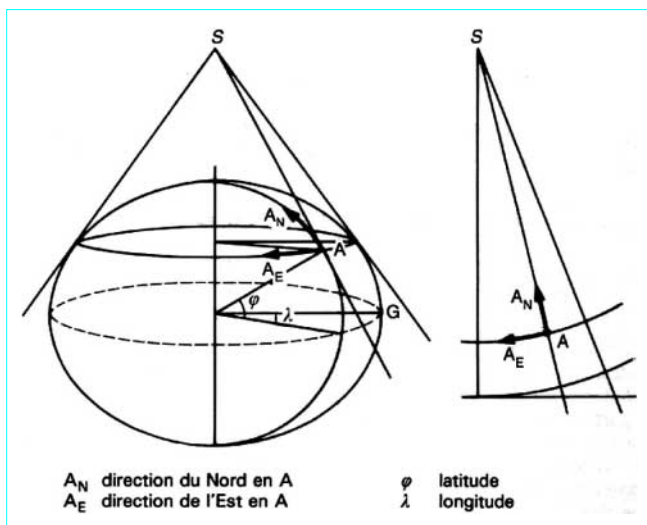


Figure 2 – Projection Lambert

1.3.3 Projection stéréographique

Il s'agit d'une projection ayant pour pôle un point de la surface de la Terre, et l'ellipsoïde est alors projeté sur un plan tangent à celui-ci en un point diamétralement opposé au pôle de projection. Le cas le plus fréquent est celui de la projection stéréographique polaire, le pôle de projection étant l'un des pôles de l'ellipsoïde. Ce cas est employé en particulier pour compléter dans les zones polaires (latitudes supérieures à 80°) la projection UTM. Alors les images des parallèles sont des cercles et celles des méridiens un faisceau de droites concourantes au pôle, seul point par ailleurs où l'altération linéaire vaut 1. L'équateur est représenté en particulier par un cercle de rayon double de celui de la Terre.

Cette projection est fréquemment employée pour des modèles simples représentant des phénomènes à la surface de la Terre, considérée alors comme une sphère : la projection stéréographique revient alors à une *inversion* (au sens géométrique) de la sphère. Citons, par exemple, le cas de la sismologie : les mécanismes au foyer sont analysés en utilisant une projection stéréographique.

2. Méthodes de mesures géométriques

2.1 Propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère

Les phénomènes atmosphériques marquants et qui intéressent le topographe sont les phénomènes de **réfraction** (variations de l'indice de réfraction qui entraînent un changement de vitesse et de direction des ondes électromagnétiques) et de **diffusion** (interaction du rayonnement soit avec les molécules et les atomes constitutifs de l'air (**diffusion Rayleigh**), soit avec les aérosols et les petites poussières en suspension dans l'air (**diffusion de Mie**)). La diffusion Rayleigh est liée intimement aux bandes d'absorption de l'ultraviolet ; elle est responsable de la couleur bleue du ciel et de la courbe enveloppe de la transmission atmosphérique totale vers le bleu et le vert (figure 3). La diffusion totale due à ces deux aspects est cause :

- de l'atténuation d'un faisceau lumineux donné ;
- de l'apport de lumière solaire parasite dans le champ de réception, qui se superpose au signal utile et qui représente un véritable **bruit** optique.

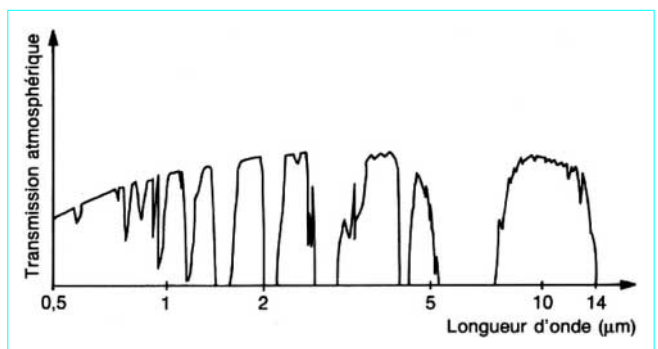


Figure 3 – Transmission atmosphérique pour une visibilité de 11 km

2.1.1 Vitesse de la lumière dans l'atmosphère

On la note c , elle est toujours inférieure à c_0 ($c_0 = 299\,792\,458$ m/s dans le vide), dans un milieu matériel transparent, et ce ralentissement est sensiblement proportionnel à la densité de molécules rencontrées. On note n l'indice de l'air ($n = c_0/c$).

On emploie la notation :

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \text{ (co-indice de réfraction)}$$

N est proportionnel à la densité des gaz traversés et dépend de la température T (K) ou t (°C), de la pression atmosphérique p_a (mmHg), de la pression partielle de vapeur d'eau p_v (mmHg), et enfin de la longueur d'onde λ pour le domaine optique (et ce n'est plus le cas pour le domaine radio).

2.1.1.1 Vitesse de propagation pour des ondes lumineuses

La fonction $N = N(\lambda)$ est établie par nécessité de manière empirique. Citons la **formule d'Edlen** (1966) donnant N_g **co-indice de groupe** :

$$N_g = N_{g15} 0,378\,967\,084 \frac{p_a}{T} \left[1 + 10^{-6} p_a (0,817 - 0,013\,3\,t) \right] - \left(16,775 - \frac{0,402}{\lambda^2} \right) \frac{p_v}{T}$$

avec N_{g15} co-indice de groupe à 15 °C.

Nota : les symboles sont définis au § 2.1.1.

Cette formule est extrêmement précise (on en déduit N à 0,01 unité près). Pour nos besoins courants, une telle précision est inutile, et on peut sans difficulté simplifier cette expression pour obtenir N à 0,1 unité près :

$$N = A(\lambda) \frac{p_a}{T} - B(\lambda) \frac{p_v}{T}$$

ou encore, à 10^{-6} près :

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 = A(\lambda) \frac{p_a}{T} - 0,6$$

avec $A(\lambda)$ et $B(\lambda)$ fonctions de la longueur d'onde optique.

2.1.1.2 Vitesse de propagation des ondes radio

La formule empirique établie au NPL (National Physical Laboratory of Teddington, Grande-Bretagne) donne :

$$N_\phi = N_g = 103,51 \frac{p_a - p_v}{T} + \frac{86,23}{T} \left(1 + \frac{5\,748}{T} \right) p_v$$

Nota : les symboles sont définis au § 2.1.1.

2.1.1.3 Mesure des paramètres météorologiques

■ **Mesure de la température** : elle ne pose aucun problème instrumental, mais la grandeur à mesurer est physiquement peu accessible : le jour, lorsque le ciel est dégagé, il est difficile de faire de bonnes mesures de température, en tout cas à mieux que 1 K près.

■ **Mesure de la pression atmosphérique** : elle se fait avec un baromètre. La pression est un paramètre physique très bien défini : le gradient de pression est si rigoureusement vertical que l'on peut faire du nivellement barométrique, ce qui peut fournir une précision altimétrique de quelques mètres, même sur de très grands réseaux.

2.1.2 Réfraction atmosphérique. Trajectoire d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère

En considérant que le gradient de l'indice n est vertical, on montre que, α étant l'angle zénithal de la visée et h l'altitude :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \sin \alpha$$

avec r rayon de courbure du rayon lumineux.

Comme α varie peu, même sur des grands trajets, cette formule montre que r est sensiblement constant dans l'atmosphère. On définit alors le coefficient de réfraction k :

$$k = \frac{R}{r}$$

avec R rayon de la Terre.

Les valeurs les plus courantes pour le coefficient de réfraction sont de l'ordre de 0,12 pour des ondes lumineuses, et de l'ordre de 0,25 pour les ondes radio, encore que ce ne soient que des ordres de grandeurs valables loin du sol, et susceptibles de grandes variations.

À proximité du sol par contre, les gradients thermiques deviennent très importants et, en plein soleil, peuvent dépasser 10 K/m. Même s'ils n'atteignent que rarement de telles valeurs, il n'en reste pas moins que la réfraction est alors quasi exclusivement dominée par les phénomènes d'ordre thermique. Une première conséquence est que le gradient d'indice dans ce cas est perpendiculaire au sol, et non pas vertical.

En utilisant cette modélisation, nous pouvons calculer $h = h(s)$, l'altitude du point courant de la trajectoire d'un rayon lumineux en fonction de son abscisse curviligne s :

$$h(s) = h_1 - \frac{s}{D}(h_1 - h_2) - \frac{s}{2R}(D - s)(1 - k)$$

avec D longueur de visée,

et l'on peut aussi calculer l'indice moyen n_m de l'air le long d'une visée (n_1 et n_2 étant les indices aux deux points extrêmes, d'altitudes h_1 et h_2) :

$$n_m = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{(k - k^2)D^2}{12R^2}$$

ce qui montre que l'indice moyen n'est qu'approximativement la moyenne des indices aux deux extrémités.

On pourra d'ailleurs, pour déterminer k , employer la mesure d'angles zénithaux réciproques et simultanés : on mesure à cette fin au même instant les angles Z_1 et Z_2 depuis les deux extrémités de la visée (figure 4). La visée étant de longueur D , on trouve :

$$h = D \sin \left(\frac{Z_2 - Z_1}{2} \right) / \cos \frac{D_0}{2R} \approx D \sin \left(\frac{Z_2 - Z_1}{2} \right)$$

avec D_0 distance réduite projetée sur l'ellipsoïde.

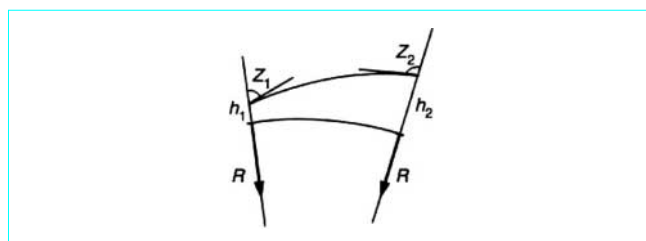


Figure 4 – Mesure d'angles zénithaux réciproques et simultanés

2.2 Mesures terrestres

2.2.1 Mesures d'angles

2.2.1.1 Planimétrie et altimétrie

C'est le procédé topométrique employé depuis le XVII^e siècle et, jusqu'aux années 70, c'était, avec le chaînage direct de longueurs, pratiquement la base de tous les travaux de terrain : même les distances étaient mesurées indirectement au travers de mesures d'angles (mesures stadimétriques). La triangulation, employant les mesures d'angles dièdres autour de la verticale, permet en effet de créer des réseaux géodésiques pratiquement illimités avec un nombre très réduit de distances (qui ont été longtemps très difficiles à mesurer) : pensons que le réseau français de premier ordre reposait en 1960 sur 11 bases de 10 à 20 km seulement ! Mais cette méthodologie qui privilégie la verticale a eu des conséquences importantes sur les techniques de terrain, qui ont ainsi toujours séparé les déterminations planimétriques et altimétriques, essentiellement parce que la triangulation n'exige aucune altimétrie et n'en fournit aucune ; et heureusement car l'étude de la réfraction nous a montré qu'au-delà des premiers mètres au-dessus du sol (visées longues de sommet à sommet par exemple), le gradient d'indice étant vertical, toute visée reste généralement dans un plan vertical quelles que soient les conditions météorologiques, avec une courbure mal connue. Donc des visées angulaires planimétriques gardent un modèle d'erreur presque indépendant de la distance, alors que des visées altimétriques sont fortement affectées par cette courbure mal connue : la séparation entre triangulation et nivellement vient aussi beaucoup de là. On peut y ajouter que le nivellement prend référence sur le géoïde (mal connu) et la triangulation sur l'ellipsoïde, et l'on voit la genèse de toute cette dichotomie entre X-Y et Z qui ne s'estompe que depuis peu avec l'emploi du GPS (§ 2.3.1).

2.2.1.2 Appareil de mesures d'angles : théodolite

Héritier des anciens cercles de grande dimension construits et utilisés au XVIII^e siècle, cet appareil mesure donc des angles dièdres autour de la verticale, et des angles de site. Il n'a été rendu raisonnablement compact que vers 1930 par le constructeur suisse Wild (théodolite T2). Puis, progressivement, on a vu apparaître une correction automatique du défaut de verticalité de l'axe principal sur les mesures de site, puis vers 1980, une lecture automatique des angles à 10^{-3} gr près, puis vers 1988 à 10^{-4} gr près, et enfin une correction automatique des deux angles en fonction d'un défaut de verticalité de l'appareil en cours de mesure. La gamme d'instruments actuels est à la fois très étendue en performances et en prix, et les meilleurs théodolites offrent une précision, une commodité et une sûreté d'emploi dont on n'a jamais disposé auparavant, permettant en particulier que la mesure acquise par l'appareil soit transmise sans aucun risque de faute vers l'ordinateur de l'utilisateur. Cette situation n'a pas toujours été exploitée à fond et bien des processus de terrain sont encore inutilement redondants (pour retrouver une faute de transcription ou de lecture), alors que de telles fautes sont devenues inexistantes. Cela dit, il existe encore un parc important d'appareils à lecture non automatique des angles dont la fabrication a été tellement soignée que même des appareils anciens, pratiquement inusables, rendent des services équivalents à ceux qu'ils rendaient étant neufs : ils sont moins commodes mais presque aussi précis que les appareils actuels.

Le marché du théodolite neuf comporte beaucoup d'appareils électroniques de précision 10^{-3} gr, qui incorporent souvent des appareils de mesure électronique de distances (on les appelle alors **tachéomètres**), mais aussi des théodolites très précis (Leica-Wild et Zeiss) à $1 - 1,5 \cdot 10^{-4}$ gr près.

2.2.1.2.1 Principe général

L'appareil se compose de plusieurs sous-ensembles articulés entre eux (figure 5) :

- un **socle** équipé de vis calantes, destiné à permettre le **centrage** au-dessus d'un repère donné, en général à l'aide d'un trépied, et la mise en verticalité de l'axe de rotation (dit *axe principal*) autour duquel tourne la partie suivante ;
- un **équipage mobile tournant**, avec un jeu pratiquement inexistant, **autour de l'axe principal**, dans lequel est installé un système de lecture des angles de rotation autour de cet axe. Cette partie, à son tour, permet l'articulation autour d'un axe perpendiculaire à l'axe principal (donc horizontal, et appelé *axe secondaire* ou *axe des tourillons*) de l'organe de visée. Elle comprend aussi un système de mesure (visuel ou électronique) des angles de rotation du sous-ensemble de visée autour de l'axe secondaire, et parfois aussi un inclinomètre pour mesurer les défauts de verticalité de l'axe principal en cours de mesure, ainsi qu'un affichage des mesures ;
- un **équipage mobile tournant autour de l'axe secondaire** et composé d'une lunette dont l'axe optique, matérialisé par le centre optique de l'objectif et la croisée des traits gravés dans le réticule, doit être orthogonal à l'axe des tourillons.

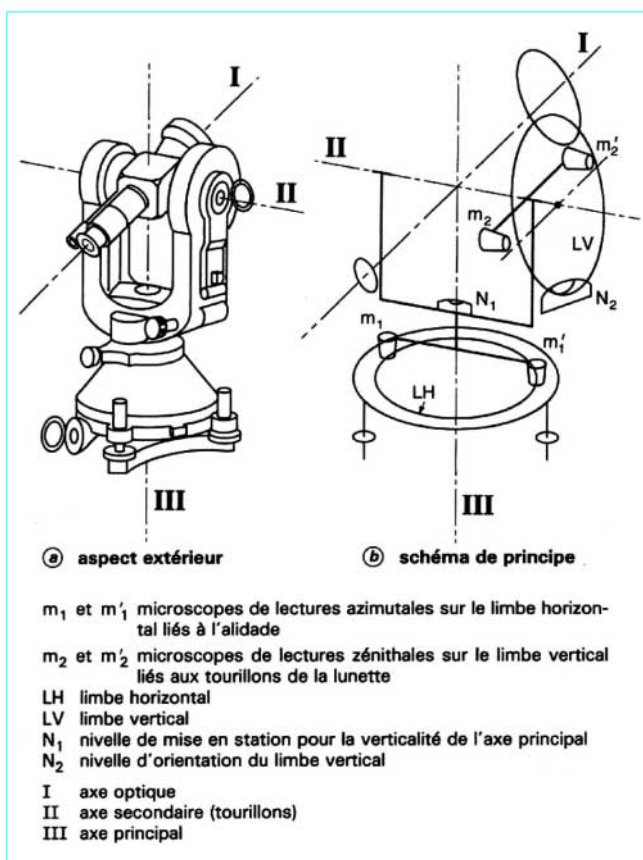


Figure 5 – Théodolite Wild T2

2.2.1.2.2 Erreurs instrumentales

L'axe principal doit être vertical, l'axe secondaire orthogonal à l'axe principal, l'axe optique orthogonal à l'axe secondaire, et les trois axes doivent se couper ; de plus l'axe de rotation des codeurs angulaires ou du dispositif de lecture des angles doit être confondu avec celui de l'axe autour duquel on mesure l'angle. Toutes ces conditions ne peuvent être remplies parfaitement, quelles que soient les remarquables performances de ces assemblages mécaniques car, outre un minimum de jeu permettant le mouvement, il faut assurer un fonctionnement dans des conditions d'environnement sévères (poussière, température, humidité) et il subsiste donc d'inévitables défauts de construction. Sans entrer dans le détail de ces erreurs, analysées dans de nombreux ouvrages [1], nous noterons que la non-verticalité de l'axe principal est impossible à compenser par une méthode opératoire si elle est inconnue (oubli de buller le socle, et pas d'inclinomètre en service), et que tous les autres défauts instrumentaux sont éliminés sans être connus par la méthode dite du double retournement consistant à faire la moyenne des lectures pour deux visées sur le même point, la seconde après rotation de 180° autour de l'axe vertical et de 180° + deux fois le site de la visée, autour de l'axe secondaire.

Il convient donc, sauf pour des mesures expédiées, d'effectuer les lectures angulaires (quoi qu'en disent parfois les constructeurs), même avec des appareils électroniques (puisque ces erreurs instrumentales sont d'origine mécanique), par paires de séquences, une séquence étant une suite de mesures correspondant à des pointés sur différentes cibles dans l'ordre où elles se présentent au cours de la rotation de l'appareil autour de son axe principal, depuis une cible de référence (ouverture) jusqu'à la même cible (fermeture). Toute séquence doit être doublée de la même séquence de lectures effectuée après double retournement, la moyenne des mesures étant la seule information à retenir pour chaque cible (sinon les erreurs instrumentales, qui varient souvent très rapidement avec la température, ne sont plus corrigées).

2.2.2 Mesures électro-optiques de distances

Les stadimètres électroniques n'ont guère qu'un quart de siècle, et ils ne se sont réellement répandus que dans les années 70 pour compléter la gamme des mesures topographiques et géodésiques qui, jusque-là, employaient presque uniquement des mesures d'angles.

Les premières mesures indirectes de longueurs utilisant la connaissance de la vitesse de la lumière datent de la Seconde Guerre mondiale, lorsque les radars firent leur apparition ; la distance est mesurée par l'intermédiaire du temps mis par l'onde pour faire l'aller-retour. Mais, pour des techniques de haute précision, une cible non coopérative est absolument prohibée, puisqu'il faut définir avec précision le point géométrique où se fait la réflexion de l'onde.

2.2.2.1 Mesures par différence de phase

L'appareil émet une onde qui se réfléchit et revient vers l'appareil. Le déphasage entre le signal émis et le signal reçu ne dépend que de la distance D , et obéit à :

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{2Df}{c}$$

avec $\Delta\varphi$ déphasage entre les signaux d'entrée-sortie de l'appareil,

f fréquence du signal,

c vitesse de l'onde électromagnétique dans l'air traversé.

Et finalement :

$$2D = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \frac{c}{f} + k \frac{c}{f}$$

où k est un entier *a priori* inconnu. Il faut avoir alors recours à plusieurs fréquences $f_1, f_2 \dots$ permettant, grâce aux mesures $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2 \dots$, de calculer ce k , et donc la valeur sans ambiguïté de D .

On combine les propriétés intéressantes de deux gammes de fréquences afin de réunir les qualités de propagation d'une très haute fréquence (peu de diffraction et de réflexions parasites) avec les qualités métriques d'une fréquence de 5 à 30 MHz permettant une électronique de conception facile.

Le principe général est donc le suivant : une source à très haute fréquence (radio ou lumineuse) fournit une onde porteuse que l'on module grâce à un oscillateur de référence. Le signal ainsi créé est émis vers un réflecteur ou un répondeur et, au cours de son trajet, il subit un certain déphasage $\Delta\varphi$, son intensité s'affaiblissant avant de parvenir au détecteur. Le signal obtenu est mis en forme puis présenté au phasemètre en même temps que le signal issu de l'oscillateur de référence (figure 6).

L'oscillateur est chargé de fournir des fréquences invariables dans le temps ; c'est sur cet étalon que repose la métrique de l'appareil. Comme le signal reçu peut être très fluctuant à cause des turbulences atmosphériques, particulièrement pour des visées qui sont presque toujours rasantes et donc proches du sol, il est nécessaire de le mettre en forme afin qu'il présente une intensité constante avant d'attaquer le phasemètre. Ce dernier fournit la mesure du déphasage au microprocesseur qui gère l'ensemble de l'appareil et, en particulier, qui affiche le résultat de la mesure.

Pour calculer k , on emploie des fréquences $f_1, f_2 \dots$ se déduisant l'une de l'autre par des divisions successives, en général par 1 000. Si $c/f_1 = 20$ m (cas fréquent), nous obtenons par exemple $c/f_2 = 20$ km, donc si la portée de l'appareil est inférieure à 10 km, nous sommes certains que $k_2 = 0$, et nous avons ainsi une valeur approchée de $2D$.

Le phasemètre est basé sur l'emploi de compteurs électroniques numériques et peut ainsi être très compact et précis. Il a pour fonction de mesurer la différence de phase existant entre deux signaux sinusoïdaux de même fréquence. Les phasemètres travaillent à basse fréquence (1 000 à 5 000 Hz pour la plupart des appareils). Cette très basse fréquence est obtenue par mélange de la fréquence de l'oscillateur principal avec celle d'un oscillateur local de fréquence proche de celle de l'oscillateur principal, et la basse fréquence recueillie conserve le déphasage des signaux initiaux.

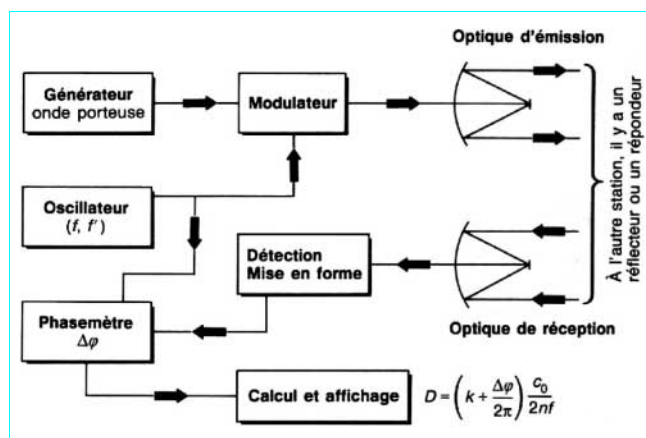


Figure 6 – Principe général d'un appareil électronique de mesure de distances

**2.2.2.1.1 Appareils à courte portée
(< 10 km et généralement < 3 km)**

Ce sont, et de loin, les appareils les plus répandus sur le marché (90 % du parc mondial en service). Ils utilisent comme source une diode électroluminescente (DEL) qui est capable d'émettre plusieurs milliwatts de rayonnement monochromatique dans l'infrarouge proche, où l'atmosphère est généralement bien transparente. L'intérêt des DEL réside dans leur simplicité de modulation et leur fiabilité avec un inconvénient toutefois : des déphasages entre les différents rayons émis par la diode. Il y a donc nécessité de pointer le réflecteur toujours de la même manière.

Ces appareils utilisent comme étalon de fréquence un quartz : il n'est point utile de soigner particulièrement la bonne tenue de cette fréquence dès lors que l'erreur (proportionnelle à la distance) ne s'applique que sur un ou deux kilomètres.

La détection se compose d'une photodiode à avalanche. L'optique de réception, comme celle d'émission d'ailleurs, comporte fréquemment une seule lentille à focale courte, ces deux optiques étant juxtaposées de la manière la plus compacte possible afin que les champs d'émission et de réception soient très proches.

2.2.2.1.2 Appareils à longue portée

Ils utilisent, comme source lumineuse, un laser He-Ne facile à voir, formant un pinceau lumineux de divergence très petite, à la limite de ce que les lois de la diffraction autorisent. Sous un diamètre de 6 mm, la divergence peut être limitée à 10^{-4} rad.

Pour des appareils à longue portée, la qualité de l'oscillateur est très importante (généralement une précision meilleure que 10^{-7}). Cela a conduit à utiliser des oscillateurs à quartz thermostatés pour ces appareils maintenant anciens, rendus obsolètes par le GPS (§ 2.3.1).

2.2.2.2 Stadimètres électroniques à diode laser pulsée

Une nouvelle technologie est employée depuis le milieu des années 80, basée sur l'emploi de diodes laser fonctionnant en impulsions, suivant rigoureusement le principe du radar. La cadence de tir est de l'ordre de 10 kHz, et à la détection, on utilise une chronométrie dont la précision sur une seule impulsion est de l'ordre de 1 ns, ce qui, en aller-retour, correspond à 15 cm environ. L'écart type de la moyenne de toutes ces mesures varie sensiblement comme la racine carrée de leur nombre : ainsi, en une seconde, la précision s'améliore d'un facteur proche de 100, ce qui permet de descendre au niveau de quelques millimètres sur le résultat. Le seul cas d'application dans lequel cette technologie apporte une possibilité vraiment nouvelle est celui de la **mesure de distance sans réflecteur**. Dans un télémètre à onde entretenue, il est indispensable d'isoler complètement les optiques d'émission et de réception, sinon une faible proportion de la lumière émise étant diffusée directement vers le détecteur, une erreur cyclique appréciable en résulterait. De plus, ces optiques doivent avoir leurs axes parallèles. Les champs à l'émission et à la réception étant réduits, il en résulte que la lumière émise et interceptée par une surface proche est diffusée, en particulier vers la réception, sans être détectable à cause de la parallaxe entre ces deux optiques. Donc, si l'on tire sur une surface diffusante, l'affaiblissement géométrique fait que l'on ne peut espérer recevoir assez d'énergie pour mesurer si l'on est loin (plus de 100 m par exemple), et qu'à courte distance, de toute façon, on ne recevra rien à cause de cette parallaxe.

Par contre, dans un appareil à diode laser pulsée, on emploie la même optique à l'aller et au retour, ce qui simplifie encore l'instrument tout en interdisant de fait tout dérèglement du parallélisme entre les faisceaux aller et retour. Cela permet de mesurer des distances sur des surfaces dites *non coopératives*, c'est-à-dire diffusantes, sur plusieurs dizaines de mètres (mur nu par exemple).

Certains appareils permettent des portées de près de deux cents mètres, mais bien évidemment sur des surfaces claires. C'est la porte ouverte pour faire des levés de grandes zones de terrain avec un seul opérateur et, si un tel télémètre est monté sur un théodolite motorisé, pour le faire de manière entièrement automatique, sans opérateur du tout. Cela permet de réduire appréciablement les coûts de mesure pour certains levés (cubatures, terrain nu...).

2.2.2.3 Dispositifs réflecteurs

Les dispositifs réflecteurs ont pour objet de renvoyer le plus possible de l'énergie émise dans la direction d'où elle vient.

■ Panneaux réfléchissants

Il est toujours possible d'utiliser une peinture réfléchissante déposée sur des panneaux plans en guise de réflecteurs. Le faisceau réfléchi a toutefois une divergence assez prononcée (3 à 10^0). Par ailleurs, pour que l'on puisse effectuer une mesure correcte sur un panneau réfléchissant, il faut impérativement qu'il soit plan et orthogonal à la visée, sinon chaque pointé différent donnera nécessairement une distance différente, et cela est inacceptable sauf pour des travaux de médiocre précision. Ceci limite l'intérêt de cette solution dont l'avantage réside surtout dans le prix très réduit.

■ Réflecteurs catadioptriques en plastique moulé

La différence principale avec le cas précédent est que ces dispositifs ont une bien meilleure efficacité, ce qui ne rend pas nécessaires de grosses surfaces rétro réfléchissantes et facilite les problèmes d'alignement. Ces réflecteurs, de quelques centimètres de rayon, sont fabriqués en plastique moulé en très grande série (équipement des automobiles et des deux roues) et ont un prix unitaire très réduit (quelques francs). Ils servent parfois à l'équipement d'ouvrages d'art qui devront être auscultés régulièrement afin de suivre leurs déformations. Ces réflecteurs sont suffisamment économiques pour être installés à poste fixe en grand nombre et permettent généralement des mesures d'un niveau de précision tout à fait acceptable (quelques millimètres pour des réflecteurs de petite taille avec lesquels on peut mesurer jusqu'à quelques centaines de mètres). Mais ils engendrent des erreurs significatives pour les stadimètres dont l'erreur de pointé est forte (§ 2.2.2.5.3).

■ Coin-de-cube

C'est le dispositif le plus utilisé, malgré son prix élevé. Il est formé, dans la plupart des cas, d'une pyramide en verre plein à base triangulaire (figure 7), dont les trois faces latérales sont orthogonales deux à deux ; cette figure de base est ensuite diversement sciée et réduite afin de se loger facilement dans un boîtier compact plus commodément que cette pyramide dont les pointes seraient trop fragiles.

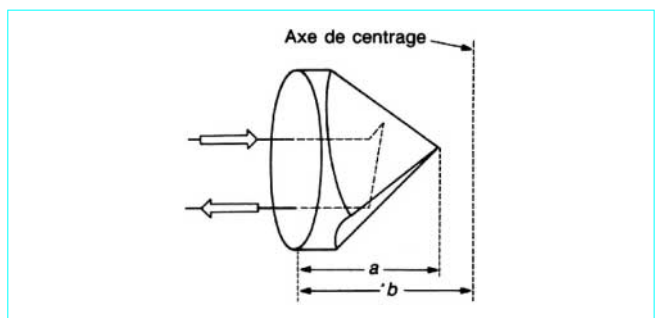


Figure 7 - Rétroreflecteur de type coin-de-cube employé pour les appareils électroniques de mesure de distances

Tous les rayons lumineux font exactement le même chemin optique s'ils sont parallèles lors de l'entrée dans le prisme. De ce fait, ils sont tous équivalents à celui qui se réfléchit précisément au sommet du coin-de-cube. L'indice de réfraction du verre étant voisin de 1,5, le chemin optique est équivalent à un trajet dans l'air plus long de l'ordre de 50 % que la distance parcourue depuis la face d'entrée jusqu'au sommet ; d'où un éventuel problème de constante e définie par $(b - na)$ à ajouter à la mesure en fonction du centrage de ce prisme. Par ailleurs, le champ du prisme est très étendu, et il renvoie encore de la lumière même lorsqu'il est très désorienté. C'est évidemment une grande qualité pour la facilité de mise en œuvre qui en résulte, mais cela entraîne quelques problèmes si ces prismes sont utilisés loin de l'incidence normale lorsque des mesures de grande précision sont requises, compte tenu de la distance parcourue par la lumière dans le verre : l'erreur qui en résulte est fonction de l'angle d'incidence et de $(a - nb)$.

La première remarque à faire, c'est qu'on ne peut à la fois avoir une valeur de la constante e dépendant peu de l'angle d'incidence (ce qui nécessiterait $a = bn$), et une valeur de e nulle et que l'on pourrait omettre lors des mesures (ce qui nécessiterait $an = b$), puisque n est voisin de 1,5.

On trouvera donc différentes classes de coins-de-cube, certains avec une constante $(b - na)$ nulle, qui présentent l'intérêt de ne pas nécessiter d'attention particulière si l'on mélange des mesures sur coin-de-cube et des mesures sur réflecteurs plastiques ou sur peinture réfléchissante, et d'autres ayant une constante de plusieurs centimètres et vérifiant la condition $a = bn$, ce qui les rend très peu sensibles à des erreurs dues à une mauvaise orientation, et qui sont préférables pour des travaux de haute précision.

2.2.2.4 Stadimètres électroniques à ondes centimétriques

La conception générale de l'appareil reste la même (§ 2.2.2.3) ; toutefois un détail particulier vient compliquer la situation : il n'est pas possible de concevoir de réflecteurs pour les ondes centimétriques capables de renvoyer suffisamment d'énergie vers l'appareil. À l'émission, le lobe, toujours assez large, éclaire une zone considérable autour de la cible (la divergence est de l'ordre du degré). C'est donc une importante source de diffusion d'énergie qui, au retour, concurrencerait le signal issu du réflecteur ; de plus celui-ci renverrait vers le récepteur un faisceau trop divergent pour qu'une énergie raisonnable soit reçue ; d'où la nécessité d'utiliser deux appareils pratiquement identiques, l'un des deux servant de ré-émetteur synchrone en direction du poste principal, encore appelé *maître* (l'autre étant alors désigné comme *répondeur*).

Les deux appareils émettent des portées à des fréquences très élevées, de 10 à 30 GHz sur les appareils récents.

Ces appareils permettent de mesurer à travers le brouillard, d'où leur emploi partout où une opération tout temps est indispensable.

2.2.2.5 Précision des mesures

La relation donnant la distance à partir des autres éléments de mesure est :

$$D = \left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + m \right) \frac{c_0}{2nf} + A$$

- avec $\Delta\varphi$ déphasage entre les signaux d'entrée-sortie,
- m un entier,
- c_0 vitesse de la lumière dans le vide,
- n indice de réfraction,
- A constante d'appareil.

Généralement, l'appareil affiche :

$$D_0 = \left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + m \right) \frac{c_0}{2n_0f} + A$$

qui serait réellement D si l'on avait $n = n_0$.

Le but de cette opération est d'obtenir un affichage qui ressemble à une distance, alors même que l'information sur n n'est pas disponible dans le microprocesseur. Celui-ci utilise donc une valeur n_0 , choisie arbitrairement par le constructeur.

Donc, $D = D_0 n_0 / n$, ou encore $D = D_0 + 10^{-6} (N_0 - N) D_0$ [avec N, N_0 co-indices de groupe (§ 2.1.1)].

Ce dernier terme [$10^{-6} (N_0 - N) D_0$] est souvent appelé **correction météo** et se calcule à partir de N (issu des mesures météorologiques) et de N_0 qui est donné par le constructeur. L'écart entre ces deux valeurs est multiplié par la distance en kilomètres ; on obtient ainsi directement la correction en millimètres.

2.2.2.5.1 Erreurs liées à la connaissance de la vitesse de l'onde électromagnétique

Il s'agit des erreurs concernant n . Nous avons :

$$\frac{dD}{D} = \frac{dn}{n} \approx 10^{-6} dN$$

et l'erreur sur N représente directement en ppm (parties par million) l'erreur proportionnelle sur la distance mesurée D . L'analyse de la sensibilité des différents paramètres météorologiques peut se faire ainsi :

$$dN = -1,1 dT + 0,37 dp_a - 0,05 dp_v$$

Donc une erreur de 1 ppm sera la conséquence d'une erreur de 1 K sur T ou de 3 mmHg (≈ 4 mbar) sur p_a .

Pour les distances courtes (quelques kilomètres), la précision globale de la plupart des appareils étant de l'ordre de 5 mm, cela rend inutile la mesure de p_v , peu importante la mesure de p_a (10 à 15 mmHg de précision suffiront fréquemment) et peu critique celle de t (à 2 ou 3 °C près). Cela, bien sûr, dans la mesure où l'on cherche à atteindre les performances nominales de l'instrument.

Par contre, sur des distances longues où l'on recherche la meilleure précision possible, il faudra tout particulièrement soigner la mesure de la température. En se plaçant dans des conditions exceptionnelles, de nuit avec un vent soutenu par exemple, on peut atteindre des valeurs de précision de 0,5 mm/km, voire mieux, mais ce n'est pas la règle commune.

2.2.2.5.2 Imprécisions sur la vitesse des ondes radio

Le même type de calcul appliqué à la formule donnant N en fonction de p_a, p_v et t montre que :

$$dN = -1,4 dt + 0,4 dp_a + 6,2 dp_v$$

Les mesures de p_a et de t ont une importance sensiblement comparable avec celle trouvée pour l'emploi d'ondes lumineuses. Le seuil de 1 mm/km est atteint pour $dt = 0,7$ °C (au lieu de 1 °C) ou pour $dp_a = 2,5$ mmHg (au lieu de 3 mmHg). Par contre, l'influence de p_v devient extrêmement forte, et p_v est extrêmement variable : une précision meilleure que 5 mm/km d'erreur relative est donc très difficile à atteindre.

2.2.2.5.3 Erreurs instrumentales

■ Erreur proportionnelle à la distance

Si l'oscillateur principal de l'appareil est censé donner une certaine fréquence f_0 , le vieillissement de l'appareil entraîne généralement un décalage de cette fréquence plus ou moins régulier dans le temps. L'ignorance de l'écart entre f et sa valeur f_0 théorique entraîne une erreur systématique et proportionnelle :

$$\frac{dD}{D} = \frac{f - f_0}{f_0}$$

Cette erreur ne peut être détectée que par mesure directe de la fréquence de l'oscillateur.

■ Erreur cyclique

Malgré le soin apporté par le constructeur, les défauts d'isolation entre la zone d'émission et la zone de réception sont responsables d'erreurs de ce type. En effet, il suffit que le signal électrique envoyé vers le modulateur parasite le détecteur pour superposer ainsi, au signal de mesure ayant transité par l'extérieur, un autre signal de même fréquence et de déphasage indépendant de la distance. Cette erreur n'atteint que rarement une amplitude de plus d'un centimètre, mais elle est susceptible d'évoluer dans le temps. Sa **longueur d'onde** est celle de la fréquence fine de modulation, et sa phase à l'origine n'est pas toujours nulle. On peut la mettre en évidence par comparaison des lectures avec les mesures par une chaîne de précision, par exemple sur une distance totale de quelques dizaines de mètres s'échelonnant tous les mètres, ou tous les 0,5 m.

■ Erreur de phase sur la diode émettrice pour les appareils à courte portée ou erreur de pointé

Elle a une amplitude qui peut atteindre plusieurs centimètres en bordure de champ ; on met l'erreur en évidence facilement en dépointant l'instrument de son réflecteur et en mesurant, aussi longtemps que la mesure est possible : on voit alors la mesure changer progressivement de valeur. C'est la raison pour laquelle il est difficile de mesurer dans une atmosphère turbulente [longues rasances (visées proches du sol) au soleil] ; le phasemètre voit se succéder de façon aléatoire des valeurs exactes (centre du champ), puis erronées (bordure de champ), mais avec toujours le même signe, et donc la moyenne est faussée. Il faudra alors abandonner l'idée de faire la mesure si l'on cherche à obtenir un résultat précis. Cette erreur est aussi à l'origine d'imprécisions de mesure lors de l'emploi de réflecteurs plastiques.

■ Erreur constante

Lorsque le phasemètre donne une mesure $\Delta\varphi$, il s'agit du déphasage entre des signaux qui ont emprunté des chemins différents ; cependant, la différence n'est pas seulement due au trajet dans l'atmosphère, mais aussi à celui dans les différents étages optiques et électroniques, à l'émission comme à la réception. Le déphasage dû à ce trajet interne est de plus susceptible de changer rapidement en fonction de critères variés (température, intensité du signal retour, etc.). Donc, tous les stadimètres électroniques disposent d'une séquence de calibration interne, qui consiste à renvoyer le signal à l'émission dans la réception sans passer par l'extérieur. On mesure ainsi un trajet interne, et cette mesure est soustraite de celle qui sera effectuée ensuite sur le réflecteur lointain. Il suffit alors de rajouter la distance géométrique entre l'axe de centrage mécanique de l'appareil et l'endroit où ce *court-circuit* entre émission et réception est effectué. Cette distance géométrique, susceptible de varier dans le temps, nécessite des étalonnages réguliers.

2.2.2.5.4 Étalonnage des stadimètres électroniques

Il est nécessaire de contrôler plus ou moins souvent un appareil en fonction :

- de son âge et de sa technologie ;
- du niveau de précision requis lors des mesures.

Les contrôles *lourds*, consistant en un réglage général chez le fabricant, devraient être prévus au moins tous les deux ans.

2.2.2.6 Précision des différents appareils

On annonce la précision sur une mesure de D sous la forme :

$$\sigma_D^2 = a_1^2 + a_2^2 D^2$$

en général directement en millimètres pour D exprimé en kilomètres.

Par exemple, de mauvaises conditions de mesures :

- augmentent a_1 à cause de la turbulence et de la scintillation atmosphérique ;
- augmentent a_2 à cause de mesures des paramètres météorologiques médiocres, qui interviennent en erreur proportionnelle au même titre qu'une incertitude sur la fréquence.

Pour D petit, on a donc $\sigma_D \approx a_1$; pour D grand, $\sigma_D \approx a_2 D$.

2.2.2.7 Réduction des mesures de distances

On montre qu'une distance mesurée D entre deux points se traduit par une distance réduite D_0 sur l'ellipsoïde dont la valeur est donnée par :

$$D_0 = 2R \arcsin \sqrt{\frac{R^2 \sin \frac{kD}{2R} - \frac{k^2}{4} (h_1 - h_2)^2}{k^2 (R + h_1)(R + h_2)}}$$

qui est une formule rigoureuse, dans laquelle :

- R est le rayon de la sphère locale (sphère qui approxime au mieux la courbure de l'ellipsoïde) ;
- h_1 et h_2 sont des altitudes comptées depuis l'ellipsoïde ;
- k coefficient de réfraction.

Il convient de remarquer que si l'ellipsoïde est la meilleure approximation possible du géoïde par une surface relativement simple, il ne faut pas oublier qu'il peut y avoir dans certains pays un écart dépassant la dizaine de mètres entre ces deux surfaces (par exemple en France) et que, de plus, les altitudes sont toujours comptées depuis le géoïde et non l'ellipsoïde. Il y a lieu d'en tenir compte lorsque les distances en jeu deviennent longues.

Enfin, il convient de mentionner de nouveau la correction permettant de passer de la distance réduite à l'ellipsoïde jusqu'au plan de projection. En France, on utilise le système Lambert : les corrections Lambert dépassent parfois le décimètre par kilomètre, et leur oubli dans les calculs peut conduire à de graves erreurs.

2.2.3 Mesures de dénivelées, ou nivellement

Nous avons déjà expliqué (§ 2.2.1.1) pourquoi le nivellement avait été une opération toujours disjointe de toute détermination planimétrique. Il faut encore préciser un aspect essentiel : le nivellement est certainement l'opération topométrique la plus ancienne et la plus précise dont l'homme ait eu besoin. Quel est le besoin ? Essentiellement celui lié à l'écoulement par gravité de l'eau, besoin fondamental s'il en est. En effet, pour faire couler de l'eau dans un canal, il faut lui assurer une certaine pente. Trop forte, le canal ne pourra acheminer l'eau très loin. Trop faible, l'écoulement se fera mal. Et, de toute façon, derrière chaque nivellement, que de terrassements à faire ! Cela explique que l'on ait toujours recherché la meilleure précision possible sur ces opérations, et que le besoin soit toujours aussi fort, car si les adductions d'eau sont maintenant sous pression, ce sont les eaux usées qu'il s'agit d'évacuer en minimisant les travaux de creusement de tranchées, dont les coûts sont élevés. Il y a donc plus de 130 ans qu'il a été jugé utile que l'État assure en France le maintien d'un ensemble de repères homogène d'altitudes, afin de minimiser les innombrables opérations de nivellement locales et de les rendre compatibles entre elles, et il en a été de même ensuite dans pratiquement tous les pays du monde. Compte tenu de la précision cherchée, on a beaucoup employé le **nivellement géométrique** ou **nivellement direct**, et seulement depuis peu le **nivellement trigonométrique**, ou **indirect**, pour les réseaux nationaux. Nous verrons aussi les procédés de moindre précision, qui ont aussi leur utilité pour des travaux rapides et peu soignés ou pour des reconnaissances en zones non équipées.

2.2.3.1 Nivellement direct

Il s'agit d'un procédé simple : sur chacun des deux points entre lesquels on cherche à mesurer la dénivelée, on dispose une *mire*, règle graduée tous les centimètres tenue verticalement. À mi-distance, on s'installe avec une lunette dont l'axe optique peut être rendu horizontal, le *niveau*. La visée successive sur chaque mire permet d'obtenir la hauteur de l'axe optique par rapport à chaque point stationné (qui est confondu avec l'origine de chaque mire), et par soustraction entre les lectures sur mire, on obtient la dénivelée entre ces points. Lorsque toutes les précautions sont prises, et en soignant particulièrement les mesures, la précision peut être meilleure que 0,1 mm pour une dénivelée entre deux points distants de 80 m. Cela dit, comme on ne peut viser à grande distance (au-delà

de 90 m, on ne peut guère lire la mire correctement), le nivellement direct a pendant longtemps été une opération très fastidieuse à cause de la grande quantité de lectures à noter et à contrôler sur le terrain. Une nouvelle génération d'instruments (*NA 2000* et *3000* de Leica-Wild) a fait depuis peu disparaître ce type de sujétion.

2.2.3.1.1 Analyse des erreurs

Elle présente un intérêt considérable, à cause des précisions fantastiques que l'on peut atteindre, mais elle est fort délicate.

■ **Verticalité des mires** : elle ne peut être réalisée qu'approximativement, grâce à une nivelle qu'il faut régler régulièrement, avec de préférence une seconde nivelle à titre de contrôle : aucun test *a posteriori* ne peut permettre de compenser l'erreur qui en résulte, et qui revient à mesurer avec une mire dont l'espacement des traits n'est plus exactement un centimètre, mais un peu moins. Les dénivelées sont donc entachées d'une erreur proportionnelle systématique.

■ **Graduation des mires** : le zéro doit se trouver au niveau du talon de la mire, sinon, il faut partir d'un repère et arriver sur le suivant avec la même mire (nombre pair de nivelées). Pour les travaux de haute précision, la graduation est supportée par une lame en *Invar* : il faut s'assurer qu'elle ne soit pas victime de chocs. À part ce risque, il n'y a, depuis quelques années, pratiquement plus aucune erreur de graduation sur ces mires.

■ **Horizontalité de la visée** : elle est réalisée grâce à un système pendulaire (niveaux automatiques), de sorte que la pente de la visée est indépendante de celle du boîtier dans une large fourchette. Cette pente ne pouvant être garantie absolument nulle, on doit donc installer le niveau à distance égale entre les deux mires afin que l'erreur qui en résulte soit éliminée.

■ **Réfraction atmosphérique** : la visée étant proche du sol, l'effet du gradient thermique est prépondérant. L'égalité des portées avant et arrière limite considérablement l'erreur résultante sur un sol horizontal, mais pas dans des zones en faible pente (dissymétrie de la nivelée et visées longues). En cas de fortes pentes les visées restent courtes et l'effet est faible.

■ **Stabilité des supports provisoires de mire (crapauds) et du trépied du niveau** : le moindre tassement de ces supports pendant la mesure dégrade celle-ci. Or le sol est soumis en permanence à une quantité de mouvements imperceptibles (effets plastiques par exemple dans l'asphalte, flexion du sol sous le poids de l'opérateur, effets thermiques, etc.). La très haute précision implique donc que ces supports soient irréprochables (grande surface de contact avec le sol, temps de mesure bref entre les visées avant et arrière).

Le modèle d'erreur résultant est une composition d'erreurs réputées aléatoires pour chaque nivelée. Il s'exprime sous la forme $aD^{1/2}$, en millimètres pour une distance D en kilomètres, et a peut varier de 3 à 4 mm (nivellement courant) jusqu'à 0,1 mm (très haute précision pour la surveillance de mouvements du sol). Mais lorsqu'on observe de grands réseaux, on n'évite semble-t-il jamais que se glissent quelques erreurs à caractère systématique, et sur lesquelles on ne sait que peu de choses. Par exemple, entre deux séries d'observations sur le réseau de premier ordre français, avec Marseille comme origine, un écart croissant du Sud au Nord a été observé, culminant à près de 60 cm à Dunkerque, alors que l'écart probable n'aurait guère dépassé 10 cm en l'absence de systématismes. On a supposé, sans vraiment de preuves, que cet effet Nord-Sud était lié aux observations humaines et à l'éclairage des mires par le soleil.

2.2.3.1.2 Instruments employés

Les niveaux de haute précision anciens employaient une nivelle très sensible pour rendre l'axe de visée horizontal. Depuis 1980 environ, des niveaux automatiques ont pu atteindre une précision comparable, voire meilleure, avec une bien plus grande facilité d'emploi. Dans ces instruments, la sensibilité de pointé est obtenue grâce à une lame à faces parallèles, qui translate verticalement la visée afin d'amener en coïncidence parfaite le trait de la mire avec

le réticule de la lunette. La lecture est alors double : lecture du nombre de centimètres sur la mire, et de l'appoint (en 0,1 ou 0,01 mm) sur le mécanisme d'entraînement de la lame à faces parallèles.

Depuis 1990, l'appareil Leica-Wild *NA 2000* a complètement changé la technique de mesure : la mire est formée d'une série pseudo-aléatoire de bandes noires et blanches (dérivant d'un code calculé pour que l'autocorrélation soit partout nulle sauf en 0). Dans l'appareil, une barrette CCD (*Charge Coupled Device*) analyse l'image de la mire et un processeur corrèle cette image unidimensionnelle avec le code de la mire. On en déduit à la fois la distance de la mire et la position de l'axe optique sur celle-ci. La lecture est donc entièrement automatique, aucune faute n'étant possible désormais dans la transmission électronique des données vers le calculateur du bureau.

2.2.3.2 Nivellement indirect

Si l'on mesure l'angle de site sous lequel, depuis une station, on observe un point (ou le complémentaire de cet angle, appelé **distance zénithale** Z), et que la distance D (suivant la pente de la visée) soit mesurée directement ou fournie par un autre procédé, on peut envisager de calculer la dénivelée pour autant que le rayon de courbure r du rayon lumineux (ou le coefficient de réfraction k , ce qui revient au même) soit connu ; et généralement, il ne l'est pas. La dénivelée D_n entre le théodolite et la cible est donnée par :

$$D_n = D \cos Z + D^2 / 2r$$

et la précision qui en résulte est médiocre : un ou deux centimètres à un kilomètre par exemple. Tout autre est le cas si l'on stationne les deux points *simultanément* avec deux théodolites, et si l'on mesure Z_1 et Z_2 (visées réciproques) au même instant. On obtient alors D_n par :

$$D_n = D \sin (Z_1 - Z_2) / 2$$

sans aucune hypothèse sur k , si ce n'est le fait qu'il est supposé constant tout le long de la visée.

L'emploi de mesures de distances zénithales réciproques et simultanées, rendu possible uniquement grâce aux appareils électroniques de mesures de distances, permet aujourd'hui des mesures de dénivelées qui ont une précision digne du nivellement direct, mais très variable en fonction de la distance maximale D autorisée (toutefois, le coût varie aussi, contrairement au nivellement direct). Pour $D < 250$ m, on obtient l'équivalent d'un nivellement de premier ordre ($a = 1$ à $1,5 \text{ mm} \cdot \text{km}^{-1/2}$), alors qu'avec $D < 1,2$ km, on obtient a de l'ordre de 5 à 6 $\text{mm} \cdot \text{km}^{-1/2}$, avec des conditions économiques très intéressantes, en particulier dans les zones montagneuses où la présence d'une pente éventuellement forte ne ralentit pas la progression du cheminement.

2.2.3.3 Autres méthodes de nivellement

2.2.3.3.1 Nivellement barométrique

Il consiste à mesurer simultanément la pression atmosphérique en deux points avec des baromètres de très grande précision. Les surfaces isobares étant remarquablement horizontales à un instant donné, on peut calculer la dénivelée à partir de ces mesures et de la densité de l'air. La précision peut atteindre 2 m, même sur de grandes distances (100 km et plus). Cette méthode est irremplaçable dans les zones très boisées ou mal accessibles, pour effectuer des reconnaissances rapides (forêt tropicale, montagne), et lorsque quelques mètres de précision suffisent. Une formule due à **Babinet** permet un calcul approximatif :

$$H' - H = 16\,022 \left(\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \right) \left[1 + 2 \left(\frac{t_1 - t_2}{1\,000} \right) \right]$$

où t_1 et t_2 sont les températures mesurées aux deux points,
 p_1 et p_2 sont les pressions mesurées au même instant.

2.2.3.3.2 Nivellement par GPS

Ce système de positionnement spatial est décrit au paragraphe 2.3.1. Il peut fournir une altitude ellipsoïdique absolue à 20 m près environ, et relative à guère mieux que 10 cm sur quelques kilomètres, ce qui peut être intéressant pour des travaux de précision moyenne. Le problème essentiel est que l'altimétrie de précision doit être référencée sur le géoïde, qui reste assez mal connu (en France, à peine mieux que le demi-mètre). Il reste une solution de rechange qui rend de grands services sur une zone peu étendue (10 km × 10 km) et non montagneuse : on mesure le Z relatif fourni par GPS entre plusieurs repères de nivellement régulièrement disposés sur la zone, et on en déduit les corrections à apporter sur d'autres points de la région, par interpolation. On peut en attendre une qualité de nivellement de l'ordre de 2 cm, mais au prix d'un travail préliminaire important. Cette démarche peut être avantageuse pour un géomètre travaillant surtout dans la même région, pourvu que le géoïde ne soit pas trop mouvementé (les erreurs s'élèveront aisément à plus de 10 cm en zone montagneuse).

2.3 Méthodes de géodésie spatiale

2.3.1 Description du GPS (Global Positioning System)

Le GPS représente un moyen de positionnement dont la conception date des années 70, mais qui n'est réellement opérationnel (industrialisation des récepteurs, nombre de satellites en service...) que depuis la fin des années 80.

Le principe est le suivant :

- un ensemble d'une vingtaine de satellites (*Navstar*, lancés par l'armée américaine) orbite vers 20 000 km d'altitude. Ceux-ci émettent en permanence des signaux radioélectriques, à des fréquences de l'ordre de 1,2 et 1,5 GHz pour lesquels chaque bit d'information est émis à une date extrêmement bien connue. Ces bits par ailleurs décrivent la position du satellite concerné ;

- au niveau du sol, on emploie un récepteur, dont le travail consiste à observer avec précision la date de réception de ces mêmes bits, et à décoder ceux-ci.

Le fonctionnement général du système est le suivant : les satellites sont tous recalés sur la même échelle de temps, par contre le récepteur ne dispose pas au départ d'une heure précise. Il y a donc quatre paramètres inconnus au niveau du récepteur : ses coordonnées x , y et z , ainsi que son décalage temporel avec l'échelle de temps t des satellites. On observe donc simultanément au moins quatre satellites, ce qui permet de calculer sa position, connaissant celle des satellites. Ce type de fonctionnement, compte tenu des différentes limites physiques du système, peut donner en temps réel une précision de l'ordre de la dizaine de mètres en absolu, ce qui est sans doute primordial pour les applications militaires, mais peu utile en topographie.

C'est donc une application dérivée qui a été mise sur pied, en utilisant ce système en *mode différentiel* : si deux récepteurs (ou plus) reçoivent les mêmes satellites au même moment et s'ils sont capables de faire les mesures de manière continue (par un asservissement sur la *phase* même du signal émis) pendant de longues durées (par exemple une heure), le vecteur joignant les deux antennes peut être calculé avec une précision qui peut être de l'ordre du centimètre. Les **sources d'erreurs résiduelles** sont les suivantes :

- **connaissance de la position des satellites** : cette position est nécessairement imprécise au niveau de quelques mètres, mais l'observation différentielle élimine la plus grosse partie de cette erreur. Lorsqu'on recherche la précision maximale, on est amené à stationner avec des récepteurs un jeu de points connus avec une bonne précision dans un référentiel mondial (eux-mêmes obtenus par d'autres méthodes spatiales : radioastronomiques ou mesures de distances Terre/satellites avec un télémètre laser très puissant). On recalcule alors, *a posteriori*, la position exacte des satellites.

Depuis 1992, un service international (IGS, pour *International GPS Service*) fournit de telles orbites à des fins scientifiques ;

- **connaissance de l'indice de réfraction des derniers kilomètres de l'atmosphère** : cette erreur que nous savons analyser (la vapeur d'eau en est un facteur prépondérant) s'élimine en partie lorsque les deux récepteurs sont à la même altitude et dans des conditions climatiques proches, car l'observation différentielle soustrait l'un de l'autre deux facteurs mal connus mais presque égaux, ce qui n'est plus le cas si les altitudes des antennes sont très différentes (montagne). Toutefois on note que la détermination de la coordonnée Z (altitude ellipsoïdique) est toujours moins bonne que celle de X et de Y ;

- **connaissance du contenu électronique de l'ionosphère** : pour les ondes radio, l'ionosphère est une couche très perturbatrice, le signal qui se propage y est ralenti en fonction de la teneur locale en charges libres (qui varie parfois très rapidement avec le flux de particules venant du Soleil et de l'espace) et de la fréquence du signal. Lorsqu'on recherche la précision maximale, en recevant les deux fréquences émises et en comparant les temps de propagation sur ces deux canaux, on sait éliminer l'essentiel de cet effet. Mais cela exige des récepteurs dits *bifréquence* et bien plus onéreux que les appareils *monofréquence* devenus très courants.

On remarque donc que le matériel employé, la nature des opérations de mesure ainsi que le type de calcul effectué sont essentiels pour la précision des résultats. Aujourd'hui on mesure des réseaux de quelques kilomètres à un centimètre près avec des appareils monofréquence et des logiciels fournis par les fabricants de matériel sans trop de difficultés, alors qu'en mettant en œuvre les méthodes les plus raffinées (recalcul d'orbite, mesures bifréquence, observations longues, etc.), des chercheurs ont su mesurer plusieurs centaines de kilomètres, voire bien plus encore, avec une erreur centimétrique.

Le GPS est maintenant une méthodologie essentielle dans la profession de géomètre, mais doit être employé avec discernement et ne pourra pas remplacer toutes les méthodes terrestres classiques, bien plus précises lorsque le besoin se fait sentir et plus rapides dans beaucoup de cas, sauf pour certains types de travaux bien identifiés (établissement de réseaux géodésiques par exemple). Il n'exige pas l'intervisibilité entre stations, mais nécessite l'absence d'obstacles autour et au-dessus de la station (arbres, lignes électriques, immeubles...). Par contre, l'altimétrie qu'il fournit est assez peu précise et surtout, n'étant pas référencée sur le géoïde, elle est peu utile pour le nivellement de précision.

2.3.2 Radio-interférométrie non connectée (VLBI)

La VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*) est une méthodologie qui exploite la détection du bruit radio (extrêmement faible) émis par des **radiosources** extra-galactiques, que l'on peut capter avec de très grandes antennes de radioastronomie (la plus grande, à Arecibo, est un paraboloïde de près de 300 m de diamètre, et beaucoup font plus de 50 m). Lorsqu'on corrèle les signaux captés dans deux antennes, le retard temporel à apporter à l'un des deux pour que la corrélation ne soit pas nulle est déterminé (par essais autour de la valeur attendue) et apporte une contrainte essentielle sur l'analyse de nombreux phénomènes :

- cartographie à très haute résolution de la radiosource ;
- mesure de la rotation terrestre ;
- position de chaque antenne.

Le géodésien peut donc en tirer un moyen de positionnement supplémentaire. Mais si les observatoires sont très distants les uns des autres (plusieurs milliers de kilomètres), ce qui est presque toujours le cas, il n'est pas question de les relier par un câble pour permettre cette corrélation. On procède alors à l'échantillonnage numérique de chaque signal et au **stockage sur support magnétique, avec des horloges d'échantillonnages presque parfaitement synchrones (masers à hydrogène)**, dont les extraordinaires stabilités avoisinent une part pour 10^{16} , soit 0,1 cycle en 24 h à 10 GHz de fréquence, de sorte que tout se passe comme s'il s'agissait de la même horloge.

Pour le géodésien, le positionnement obtenu ainsi est ce que l'on peut trouver de plus précis : de l'ordre du centimètre en absolu. La VLBI permet d'obtenir le réseau mondial de référence, certes très onéreux, mais pour lequel les moyens nécessaires sont partagés avec de nombreux autres scientifiques. De plus, les directions de certaines radiosources ont été trouvées particulièrement stables : elles définissent le meilleur référentiel d'orientation absolue disponible (précision meilleure que 0,001").

2.3.3 Télémétrie laser sur satellites

Ce procédé de géodésie spatiale consiste à mesurer la distance entre une station terrestre donnée et un satellite (artificiel en général, mais la Lune fait aussi partie des cibles utilisées) équipé de rétro-rélecteurs, ainsi que l'instant précis où cette distance est obtenue. Les satellites artificiels (*Lageos I et II, Starlette, Stella, Ajisai, Etalon...*) sont des sphères très denses à la surface desquelles ont été fixés les réflecteurs, et ils sont entièrement passifs ; leur grande compacité fait que leur trajectoire est liée presque uniquement aux forces gravitationnelles (il y a toujours d'autres forces comme la pression de radiation ou la traînée atmosphérique liée aux rares molécules encore présentes sur ces orbites, mais elles ne sont sensibles que sur des satellites bien plus volumineux). Donc, même avec des mesures sur seulement certains arcs de trajectoire (il n'y a qu'une trentaine de stations laser dans le monde, réparties de manière très inhomogène), il est possible de calculer une orbite extrêmement précise. De ces orbites, on peut déduire des contraintes importantes pour le calcul du champ de pesanteur terrestre (toute irrégularité de trajectoire est un indice d'anomalie locale de la gravité), pour la mesure de la rotation terrestre, et enfin un excellent positionnement absolu des stations laser (2 cm près environ). Si la VLBI a été pratiquée sous forme de stations mobiles, mais de manière peu courante à cause de la taille de l'antenne requise (9 m de diamètre pour celle de la NASA, mais peu de sources sont observables car généralement pas assez puissantes), la télémétrie laser s'est beaucoup pratiquée dans des stations relativement faciles à déplacer (2 camions). Toutefois cette technique, qui est très peu limitée par notre habituelle méconnaissance de l'indice de réfraction de l'atmosphère, souffre de la mauvaise répartition géographique des stations actuelles, qui sont surtout en Europe, en Amérique du Nord, en Australie et au Sud-Est de l'Asie.

La télémétrie laser sur la Lune est, quant à elle, une technique privilégiée pour améliorer notre connaissance sur la gravitation et pour tester au mieux des théories générales comme celle de la relativité.

2.3.4 Autres systèmes de géodésie spatiale

Les premières mesures de géodésie spatiale ont été dans le domaine optique : mesures de positions angulaires d'étoiles (astronomie de position), puis mesures angulaires de satellites artificiels sur fond d'étoiles, etc. Mais tandis que l'imprécision (quelques mètres) du positionnement absolu ainsi obtenu ne l'a jamais rendu très attractif, ces méthodes permettaient des avancées significatives dans la connaissance de la rotation terrestre. Par la suite (années 70), on a beaucoup employé les satellites *Transit*, émettant des fréquences très stables, dont on observait l'effet Doppler dans des récepteurs de terrain : la mesure de la variation de fréquence reçue à cause de la vitesse du satellite a permis des positionnements à environ un mètre près pendant une décennie complète.

Très récemment, la France a été à l'origine d'un nouveau système spatial original, baptisé **DORIS** (Détermination d'Orbites par Radio-positionnement Intégré au Satellite). Une cinquantaine de points répartis aussi uniformément que possible à la surface du globe ont été équipés de balises émettant sur deux fréquences extrêmement stables (400 MHz et 2 GHz). Certaines stations sont communes avec des stations de télémétrie laser satellites ou des stations VLBI et ont ainsi des coordonnées absolues très précises. À bord d'un satellite est embarqué un récepteur qui mesure, pour chaque balise

émettrice, l'effet Doppler sous lequel le signal est reçu (les premiers satellites équipés ont été *Spot II*, puis *Topex-Poséidon*, et bientôt *Spot III*). Après les calculs effectués par le CNES (Centre National d'Études Spatiales), on en déduit l'orbite du satellite porteur avec une excellente précision (quelques centimètres), et en sous-produit, on peut améliorer considérablement notre connaissance du champ de pesanteur terrestre. Second sous-produit appréciable, un positionnement absolu des balises à mieux que 5 ou 6 cm avec cette spécificité que les mesures sont automatiquement centralisées et rediffusées depuis le CNES-Toulouse vers l'utilisateur qui reçoit ainsi directement à son bureau les coordonnées de sa balise qui est éventuellement de l'autre côté de la Terre. Nul doute que DORIS sera très employé pour suivre les mouvements de terrain, en particulier d'origine tectonique, dans les prochaines années !

2.4 Photogrammétrie

2.4.1 Principe général

Ce procédé de levé est essentiel depuis longtemps pour la cartographie, mais il a encore pris de l'importance depuis la multiplication des besoins des collectivités locales en **Systèmes d'Informations Géographiques (SIG)**, qui exigent un approvisionnement énorme en données numériques à jour, que pratiquement seule la photogrammétrie peut fournir.

Le principe général est basé sur la perception humaine du relief par observation stéréoscopique. Faisons voler un avion équipé d'une chambre de prise de vues au-dessus d'une région, et faisons en sorte qu'une partie du terrain figure sur deux clichés correspondant à deux positions différentes de l'avion. Si maintenant nous observons simultanément un cliché avec un œil et le second avec l'autre œil grâce à un outil optique approprié (stéréoscope à miroirs, appareil de restitution, etc.), nous allons voir en relief la zone de terrain imagée sur les deux clichés. La vision humaine permet en effet de voir ces images en relief dans une large gamme de dispositions relatives de ces deux clichés. Mais si nous disposons ces derniers dans une position relative exactement semblable à celle qu'ils avaient au moment de la prise de vue, alors l'image stéréoscopique observée est une exacte homothétie du terrain réel photographié, pour autant que la chambre de prise de vue soit parfaite, c'est-à-dire n'apporte aucune distorsion à l'image (on l'appelle alors *chambre métrique*). Pour exploiter ensuite cette scène stéréoscopique, l'appareil de restitution superpose à chaque image un petit point (le *ballonnet*), que la vision humaine comprendra comme un petit objet dont la position est déplaçable à volonté en hauteur au-dessus de l'image du terrain grâce à des commandes appropriées. L'opérateur aura donc pour travail de promener ce ballonnet dans l'image sur tous les objets à mesurer, pendant que l'appareil archivera toutes les informations numériques produites.

Pour que l'image observée soit une copie exacte du terrain, il faut contraindre un certain nombre de points dans l'image en les obligeant à être à des positions relatives similaires aux leurs sur le terrain. Pour un couple stéréoscopique donné, on montre qu'il faut 6 points connus pour que l'image soit fidèle. Ces points sont mesurés sur le terrain : cette opération est appelée **stéréopréparation**. Lorsque de nombreux couples stéréoscopiques sont enchaînés (bande de clichés aériens), on peut limiter le nombre de points terrain à mesurer en analysant toutes les contraintes géométriques qui se transmettent de cliché à cliché. Le processus de calcul, très complexe, s'appelle **aérotriangulation**. Par ailleurs, la manipulation des grandes quantités de données numériques extraites pose des problèmes spécifiques, résolus par des logiciels spécialisés qui ont pris beaucoup d'importance depuis quelques années puisqu'ils sont l'outil de mise en forme finale des données sorties de l'appareil, d'entrée de toutes les corrections en provenance des équipes qui complètent sur le terrain les levés de toutes les informations non visibles sur les clichés et corrigent les points douteux (*complètement*), et enfin de formatage des données selon les besoins du client.

2.4.2 Instruments employés

Les appareils de restitution ont longtemps été entièrement mécaniques, et donc très délicats et précis. Depuis les années 80, on emploie plutôt des appareils où presque toutes les fonctions mécaniques sont effectuées par un ordinateur qui commande le déplacement des clichés. Ces appareils sont appelés **restituteurs analytiques** et permettent une meilleure rapidité de mise en place et d'exploitation des clichés. Depuis 1992, une nouvelle variante d'appareil arrive sur le marché, utilisant exclusivement un ordinateur puissant. Les clichés sont tout d'abord numérisés par scannage, et présentés simultanément par exemple sur les côtés droit et gauche d'un écran graphique haute résolution où ils sont observés en stéréoscopie avec un système à miroirs simple (d'autres solutions existent pour permettre la stéréoscopie sur écran graphique). L'opérateur procède alors comme sur un appareil classique, mais en plus il dispose d'aides informatiques puissantes comme la corrélation automatique (qui remplace, sans intelligence bien entendu, la vision stéréoscopique humaine). Il s'agit très probablement d'une évolution irréversible de la photogrammétrie qui prendra de l'ampleur dans les prochaines années.

Les clichés que l'on emploie sont, comme nous l'avons vu, souvent pris en avion, avec des axes pratiquement verticaux. Les chambres métriques habituelles sont très lourdes (plus de 100 kg) car le format de cliché est de 24×24 cm, et l'optique doit collecter beaucoup de lumière parce que les temps de pose ne peuvent être longs (quelques millisecondes, sinon le mouvement de l'avion crée un *filé* sur l'image), et en plus n'avoir qu'une distorsion insignifiante (quelques micromètres au pire). Depuis peu, certaines chambres ont une compensation de filé : pendant le temps de pose, on déplace dans le plan focal le film à la même vitesse que l'image. Cela permet des temps de pose plus longs et donc des prises de vues dans des conditions d'éclairage ou de vitesse peu favorables (soleil voilé, vols à basse altitude pour clichés à grandes échelles, etc.).

Les images exploitées peuvent aussi être obtenues avec des appareils *terrestres*, de formats plus modestes (depuis 6×6 cm jusqu'à 12×15 cm), que l'on emploie beaucoup pour des levés architecturaux (plans de façades par exemple) ou pour la **métrologie photogrammétrique** de grands objets industriels. Mais dès que les axes des clichés ne sont plus approximativement parallèles, seuls les appareils de photogrammétrie analytique récents permettent l'exploitation (les appareils mécaniques anciens n'ont pas de débattement suffisant sur certains axes pour cela).

2.4.3 Exploitation d'images spatiales

Le **système d'imagerie spatiale Spot** fournit des images du sol qui peuvent être stéréoscopiques, avec un pixel de 10 ou 20 m (pixel = *picture element*) selon le type de programmation de l'instrument **HRG** (haute résolution géométrique) embarqué : la géométrie de l'image obtenue n'étant pas une perspective conique comme pour la photographie aérienne, ces images ne peuvent pas être exploitées facilement par des appareils mécaniques anciens, et sur les appareils analytiques récents, il faut s'équiper de logiciels spéciaux qui tiennent compte de cette géométrie nouvelle liée à l'emploi d'une barrette CCD dans l'instrument HRG. C'est aujourd'hui la seule solution économique pour effectuer des cartes à petites échelles (à partir du 1/100 000) dans de vastes zones du globe non équipées de cartes par des procédés habituels.

2.5 Exemples de méthodes topographiques

2.5.1 Levés terrestres traditionnels (*levés directs*)

Les méthodes permettant de lever des objets sur le terrain ont considérablement évolué au cours des dernières années. Le but final étant l'exécution d'un plan parfois graphique mais presque toujours

numérique, on sépare généralement l'opération de terrain en deux phases. Tout d'abord, un **canevas** de points est établi : ces points, souvent appuyés sur les points géodésiques du réseau national, représentent une première densification de celui-ci, organisée afin que tout détail à lever soit visible depuis au moins un de ces points. Ensuite, on procède au **levé des détails**, détermination des coordonnées de tous les points requis par le cahier des charges.

2.5.1.1 Établissement d'un canevas d'appui

Il peut se faire de différentes manières, soit **traditionnelles** (triangulation ou polygonation), soit **par géodésie spatiale GPS** (cas de plus en plus fréquent, un des récepteurs stationnant un point géodésique servant de référence).

■ **En triangulation**, à l'origine, on mesurait les angles d'une série de triangles accolés joignant les points entre eux ; un des côtés étant connu ou mesuré permettait alors de calculer la position de tous les points. Aujourd'hui, certes, on utilise toujours des mesures au théodolite mais assez fréquemment aussi des mesures de distances pour créer un grand nombre de relations géométriques entre les points géodésiques d'appui (dont les coordonnées sont imposées dans le calcul d'ensemble) et les points nouveaux. Cela permet la détermination, avec une forte surabondance de mesures, des coordonnées des points nouveaux (calculs par moindres carrés, § 3.2). Il faut encore mentionner quelques dénominations d'usage lorsqu'on calcule les coordonnées d'un point depuis lequel on a visé au moins trois points connus et plutôt davantage (**relèvement**), ou lorsqu'on vise un point nouveau depuis plusieurs points connus que l'on stationne (**intersection**).

■ **La polygonation** est une méthode moins fiable mais plus légère et bien plus courante pour obtenir des points de canevas. Le **cheminement goniométrique** exploite des mesures d'angles et de distance entre des points successifs (figure 8), en général plus ou moins alignés : chaque nouveau côté est orienté à partir de l'orientation du côté précédent ; ainsi, il faut connaître une orientation sur le point de départ mais aussi d'arrivée (c'est alors à titre de contrôle), ces deux points étant des points géodésiques connus. Il est possible d'obtenir une **orientation indépendante des côtés**, soit en se référant sur le Nord magnétique (à 0,1 gr près environ), soit sur des visées astronomiques (précision de 0,01 gr sur le soleil jusqu'à 0,000 2 gr sur l'étoile polaire), soit sur l'axe de rotation de la Terre (Nord vrai) avec un chercheur de Nord gyroskopique (§ 2.5.2). Une telle réorientation de chaque côté conduit à un modèle d'erreur beaucoup plus favorable : elle est souvent nécessaire en travaux souterrains.

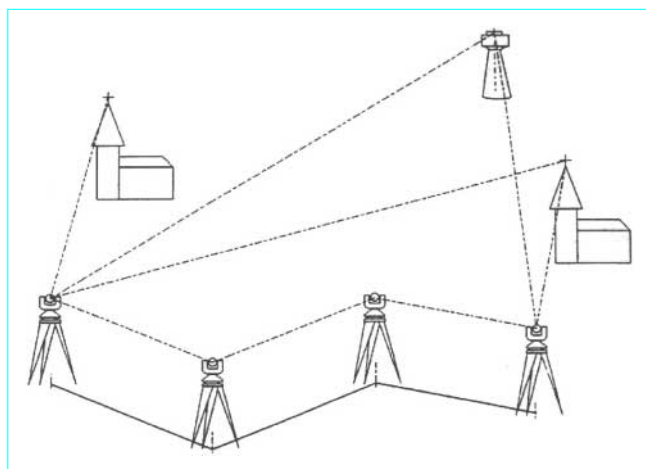


Figure 8 – Principe général de mesure d'un canevas d'appui par polygonation entre deux stations appuyées sur des points géodésiques

2.5.1.2 Levé des détails

Le topographe stationne maintenant chacun des points du canevas afin de mesurer la position des détails à lever. Différentes méthodes sont employées :

- **abscisses et ordonnées** : en utilisant une équerre optique et un décimètre, les points sont levés en abaissant une perpendiculaire depuis chacun d'eux sur le côté de la polygonale le plus proche, et en mesurant l'abscisse sur ce côté et l'ordonnée abaissée sur celui-ci (figure 9) ;

- **quasi ordonnées et obliques latérales** : on construit pour chaque point à lever des triangles dont on mesure les trois côtés ; un des côtés est une fraction d'un côté de la polygonale, un autre est approximativement perpendiculaire (à vue) à celui-ci, et le défaut de perpendicularité a une incidence négligeable sur la position du point (figure 10). Cette méthode utilise en tout et pour tout un décimètre, et reste employée en levés urbains ;

- **alignements et prolongements** : cette méthode est utilisée surtout en zone rurale et consiste à déterminer sur la polygonale des points situés sur les alignements ou les prolongements de certaines directions à lever (figure 11) ;

- mais la méthode de loin la plus courante, depuis l'existence des *tachéomètres électroniques* (intégrant un appareil électronique de mesure de distances dans un théodolite électronique), est la **méthode dite par rayonnement**. On stationne les points du canevas avec le tachéomètre, et on oriente l'appareil à l'aide d'au moins une visée sur un ou plusieurs autres points connus (en particulier d'autres points du même cheminement). À partir de là, pour chaque point stationné par l'opérateur géomètre équipé d'une canne munie d'un réflecteur, la mesure de deux angles (horizontal et vertical) et de la distance permet de localiser ce point. Le technicien qui met en œuvre le tachéomètre introduit alors dans son terminal informatique, *carnet électronique de terrain* (souvent étroitement associé au tachéomètre), un code décrivant le type de point mesuré (par exemple angle de bâtiment, chemin, poteau électrique...), qui restera associé à l'enregistrement des trois mesures proprement dites. Le géomètre aura donc une description par points de l'espace, avec une densité qui ne dépend que du cahier des charges de son levé. À la suite de son travail de terrain (le matériel actuel permet de lever jusqu'à plus de 800 points par jour si besoin est), le carnet électronique de terrain est vidé vers l'ordinateur (éventuellement par ligne téléphonique), et un logiciel approprié permet le traitement de ces données, leur correction interactive sur écran, puis le report automatique sur papier. La plupart des clients demandent en complément des tracés papier une archive numérique destinée à être engrangée dans leur propre système informatique : les différents formats de données sont alors une source considérable de problèmes de conversion.

2.5.2 Exemples

2.5.2.1 Assistance topographique au percement d'un tunnel

Cet exemple représente une classe de travaux entièrement différents, puisque sous terre aucun repère optique extérieur n'est évidemment utilisable. Un ensemble de méthodes spéciales (topométrie *souterraine*) est alors mis en œuvre. Outre les méthodes habituelles déjà décrites (mesures d'angles et de distances, nivellement de précision), on emploie également des **gyrothéodolites**, encore appelés gyroscopes ou chercheurs de Nord mentionnés précédemment. Ces appareils utilisent une toupie, tournant à des vitesses élevées autour d'un axe horizontal, suspendue grâce à un ruban métallique qui lui permet de changer de direction dans son plan horizontal. Dans ces conditions, on montre que cet axe oscille (on dit qu'il précessionne) autour du Nord en l'absence du couple de rappel exercé par le ruban, et donc qu'en réalité, sa direction moyenne est un équilibre entre le couple de torsion dû à la suspension et le couple gyroscopique qui l'attire vers le Nord en oscillant lentement. Un gyrothéodolite permet de mesurer des angles en prenant comme référence le Nord géographique vrai (axe de rotation de la Terre), sans aucune référence optique externe, et donc d'établir de longues polygonales souterraines sans risque de désorientation.

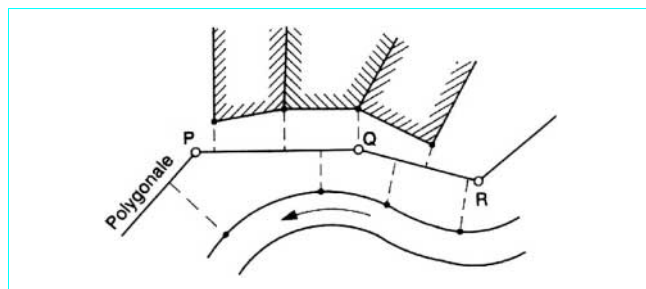


Figure 9 – Levé de détails : abscisses et ordonnées

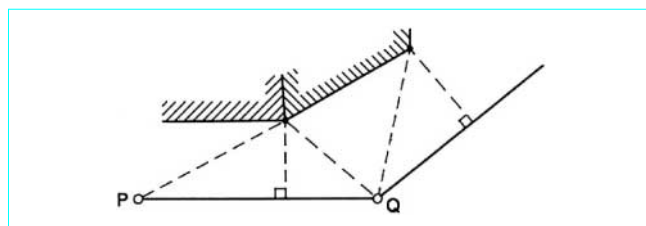


Figure 10 – Levé de détails : quasi ordonnées et obliques latérales

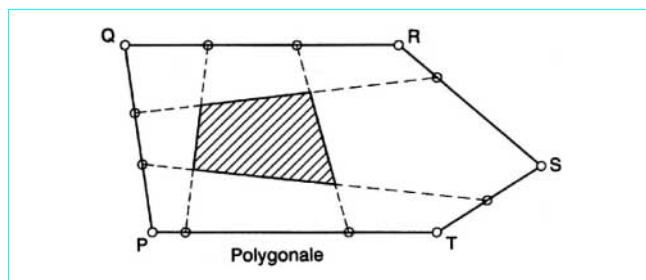


Figure 11 – Levé de détails : alignements

Pensons par exemple au creusement du tunnel sous la Manche, et voyons quelles ont été les opérations topographiques. Tout d'abord, en surface, un canevas géodésique a été mesuré par méthodes terrestres traditionnelles, enrichies de visées astronomiques, puis complétées par des mesures GPS effectuées avec beaucoup de soin : cela a permis d'améliorer le passage du système de coordonnées anglais au système français. Mais en l'absence d'un géoïde précis, cela n'apporte pas de contraintes sur le raccord altimétrique entre les deux systèmes d'altitudes de part et d'autre : ce raccord a été appuyé essentiellement sur une étude du niveau moyen de la mer de part et d'autre du détroit. Pour commencer, dans les deux puits d'entrée, les coordonnées de surface ont été transmises au niveau du forage 50 m plus bas par l'emploi de mesures au théodolite, à la lunette nadirézénithale (capable de viser exactement à la verticale, vers le haut ou vers le bas) et au fil *Invar* (pour établir la distance verticale entre les points hauts et bas). En s'appuyant sur ces coordonnées de départ, deux polygonales très précises, les points étant matérialisés par des consoles proches des parois et distantes de 190 m environ les unes des autres, fournissant un centrage d'excellente qualité, ont été menées des deux côtés du tunnel simultanément (pour symétriser les effets de la réfraction), réorientées périodiquement avec un gyrothéodolite de grande précision (écart-type d'un ou deux milligrades). Grâce à un luxe de précautions considérable, et malgré l'extrême longueur du tunnel foré (38 km, soit une double polygonale de 400 points chacune), lorsque les deux premières galeries se sont rencontrées, l'écart de fermeture était de 36 cm en planimétrie et de 6 cm en altimétrie. Bien entendu, ce genre d'exploit n'a pas besoin d'être reproduit très fréquemment, mais cela donne un ordre d'idée sur ce que l'on peut

faire en travaux souterrains si besoin est, avec la technologie actuelle. En remontant en arrière d'une vingtaine d'années, on notera tout de même que des performances voisines avaient déjà été atteintes lors du percement du tunnel du Mont-Blanc (8 cm en planimétrie, 2 cm en altimétrie sur 10 km de distance).

Dans un chantier de ce type, il convient de rappeler l'aspect extrêmement difficile et ingrat du travail du topographe : le guidage du tunnelier repose exclusivement sur ses mesures ; il ne peut occuper qu'un espace très restreint le long des parois (au centre du tunnel circulent continuellement les wagons qui, en particulier, enlèvent les matériaux extraits par le tunnelier), endroit où de plus la réfraction latérale est très défavorable à la grande précision de mesure requise ; de plus, le gyrothéodolite sur lequel repose toute la qualité des résultats ne travaille pas dans de bonnes conditions puisqu'il devrait n'être soumis à aucune vibration, or le passage continu des wagons et la proximité du tunnelier (le chantier de topographie se déroule juste derrière celui-ci) en provoque sans arrêt. Dans de tels chantiers, le topographe est indispensable mais l'importance de son rôle est traditionnellement méconnue, considérée comme secondaire devant le génie civil puisque peu spectaculaire et réputée sans risque d'erreur : mais cette absence de fautes tient justement à toute une rigueur d'opérations qui privilégie les autocontrôles, et permet de garantir une qualité irréprochable des coordonnées fournies malgré la quantité gigantesque de mesures pourtant toutes nécessaires ; mais tout cela reste inconnu du grand public.

2.5.2.2 Auscultation de réfrigérants atmosphériques de centrales nucléaires

Ces réfrigérants atmosphériques sont des ouvrages d'art de très grandes dimensions (150 m de haut), voiles de béton approximativement en forme d'hyperboloïde de révolution, et il s'est avéré indispensable (malheureusement souvent bien longtemps après leur construction) de procéder au contrôle périodique de leurs déformations et de l'apparition éventuelle de fissures. De nombreuses cibles ont alors dû être fixées sur la surface externe, et trois types de mesures au moins ont été pratiquées :

a) à partir de piliers faisant partie du canevas de référence de la centrale nucléaire, de coordonnées très homogènes, des visées au théodolite électronique de très haute précision (Wild T 2000) sont effectuées sur chaque cible (qui reçoit ainsi de 3 à 6 visées d'intersection) : l'erreur obtenue varie du bas en haut de l'ouvrage, mais reste millimétrique ;

b) en photogrammétrie terrestre, en exploitant des clichés stéréoscopiques pris avec une chambre métrique avec un très fort recouvrement (tout point est visible sur 6 clichés au moins), dans un appareil de restitution nécessairement analytique. L'aérotriangulation s'appuie sur quelques points mesurés au théodolite, et la précision obtenue est meilleure que le centimètre sur points matérialisés (cibles) ; en plus, il est possible de restituer tout détail inattendu (fissures, etc.). Comparativement à la méthode a), le travail de terrain est beaucoup plus rapide, et l'acquisition des mesures est ainsi presque instantanée, ce qui est loin d'être un luxe car l'ouvrage se déforme considérablement en fonction de la température, de l'ensoleillement, du vent, etc. De ce fait, et malgré une précision nominale théorique moindre, la photogrammétrie donne souvent de meilleurs résultats que la topométrie de haute précision classique ;

c) suivi des fissures par localisation approximative et mesure de leurs dimensions : à cette fin, on emploie des images vidéo obtenues par une caméra avec un objectif à très longue focale montée sur une tourelle à deux axes permettant une mesure d'angle à 0,01° près. Cette méthode se double d'un archivage systématique des images vidéo obtenues, ce qui permet par comparaison un excellent suivi des fissures du béton, sans qu'il s'agisse pour autant d'une opération topographique à proprement parler.

3. Traitement et gestion des mesures

Les procédés topométriques ont fait de tels progrès en rendement depuis quelques décennies que des aspects initialement mineurs comme la gestion des mesures et des données sont aujourd'hui des sources de problèmes capitaux. Nous passerons en revue ceux qui concernent le stockage de mesures sur le terrain, les calculs de compensation pour les réseaux, ainsi que la gestion des levés obtenus, sous forme numérique, sous forme de **systèmes d'informations géographiques** ou **SIG**.

3.1 Acquisition et stockage des données

La totalité des levés sont désormais réalisés sous forme numérique : en photogrammétrie (§ 2.4), lorsque la densité de points à lever est forte et pour de grandes surfaces ; en levé direct (§ 2.5.1), pour des surfaces plus réduites, et même depuis peu en nivellement de précision. Comment se présente la chaîne de transmission des données depuis le terrain jusqu'au calculateur du client ? Couplé à l'appareil de terrain, le **cahier électronique** doit assurer les fonctions de prétraitement des données (codage, mise en œuvre de diverses corrections, etc.), de validation (il y a parfois de nombreux tests de cohérence interne des mesures que l'on peut faire au fur et à mesure) et bien entendu de stockage. Ce qui fait l'originalité de cette informatique, c'est son adaptation aux conditions du terrain (température, humidité, chocs, pas de ressources en énergie) ; de surcroît la valeur de la donnée de terrain est souvent telle que l'on ne peut admettre qu'elle risque d'être perdue par faiblesse de l'appareil ou par simple mégarde de l'opérateur. L'extrême fiabilité de ces cahiers électroniques explique que leur prix soit toujours élevé, bien au-delà de ce que le marché de l'informatique classique laisserait prévoir. Le problème à résoudre des prochaines années est celui d'une saisie graphique interactive sur le terrain, permettant la mise au net du fichier avant de quitter le terrain et la vérification des codages des différents objets saisis sur le site. Pour le moment, ces opérations de vérifications se font au bureau, de sorte qu'un point à réviser exige un nouveau déplacement sur le terrain.

Le stockage des mesures codées sur le terrain utilise les moyens magnétiques habituels de l'informatique (disquettes, cassettes), mais il s'y ajoute chez certains constructeurs des mémoires à bulles magnétiques, pour lesquelles la fiabilité de stockage sur le terrain semble insurpassable. Au bureau, la grande durée d'archivage souhaitée rend fréquents les recours au disque optique réinscriptible, dont la longévité semble appropriée et le coût raisonnable. Par contre, l'archive papier, qui traditionnellement était fondamentale, perd d'année en année de sa valeur. Désormais elle représente un simple document de contrôle des données numériques, pas même toujours demandée par le client.

3.2 Logiciels de compensation

Lorsqu'on établit un canevas de points de référence, il est de règle de s'entourer d'un grand nombre de sécurités pour pouvoir garantir une certaine précision, qui fait elle-même partie des résultats du calcul de ces points. Cette règle se traduit systématiquement par une certaine quantité de mesures surabondantes, *a priori* inutiles du strict point de vue géométrique, mais servant de contrôle et permettant

d'évaluer la qualité des résultats. Entrent dans ce cadre, en triangulation la mesure de tous les angles possibles (2 angles par triangle suffiraient en théorie), en polygonation la détermination du point d'arrivée et de l'orientation en ce point (qui sont connues par ailleurs), en GPS l'observation d'une grande quantité de mesures élémentaires (pendant plusieurs heures dans certains cas), ou encore en nivellement de précision le fait de mener en parallèle deux cheminements (chaque mire comporte deux graduations différentes qui sont lues successivement).

Jusque vers les années 60, on n'utilisait dans ces mesures supplémentaires que ce qui était utile à l'évaluation de la précision. Depuis que les calculs ont cessé d'être un problème pratique et que des micro-ordinateurs puissants sont d'un prix très accessible, on aborde le problème de l'exploitation de l'ensemble des mesures de façon plus globale. On vérifie tout d'abord que le problème à résoudre est effectivement surdéterminé et qu'aucune inconnue ne reste non contrainte par des observations (par exemple, cas d'un point n'ayant reçu qu'une visée, en triangulation). Puis on écrit toutes les relations liant chacune des mesures à l'ensemble des inconnues (**pose des relations d'observation**), après linéarisation du problème géométrique (on calcule d'abord une solution approximative, avec une partie des mesures, puis on traduit l'effet de chaque mesure en considérant par exemple qu'un arc de cercle est approximé par sa tangente, d'où la terminologie *linéarisation*). On doit alors résoudre un système de n équations à p inconnues, avec $n > p$. En général, ce type de système n'admet pas de solution, sauf si les n équations ne sont pas indépendantes (en combinant certaines d'entre elles, on peut en obtenir quelques-unes parmi les autres), ce qui n'a pas de raison d'être si le problème géométrique est bien posé. Chaque solution que l'on voudrait essayer ne pourrait satisfaire simultanément toutes les équations, de sorte que chaque équation, composition linéaire de certaines inconnues et d'un terme constant, au lieu de valoir toujours zéro lorsque les inconnues sont remplacées par la solution essayée, s'en écarterait d'une petite grandeur appelée *résidu*, non nulle sauf en de rares cas. On recourt alors à la **solution dite des moindres carrés**, qui consiste à chercher la solution qui minimise la somme des carrés de ces résidus : cette solution est unique, et on peut montrer qu'il s'agit du meilleur estimateur sans biais possible du jeu d'inconnues pour autant qu'on puisse garantir que les erreurs de mesures sont indépendantes et suivent un modèle Gaussien (on est bien obligé de faire comme s'il en était ainsi, quoique ce ne soit que très rarement rigoureusement le cas). La solution des moindres carrés exploite au mieux la totalité des mesures effectuées et leur redondance, sans préjuger de ce qui est *mesure* et de ce qui est *contrôle*. Elle donne d'excellents résultats. Il faut noter en outre que l'on peut agir sur le poids que l'on entend donner à chaque mesure (une mesure précise doit compter plus qu'une mesure grossière), et le choix de la pondération est un point qui peut s'avérer délicat. Logiquement on doit fournir des poids inversement proportionnels aux précisions de mesure (la solution des moindres carrés n'est optimale que dans ce cas) ; mais les précisions sont souvent difficiles à évaluer. Comme pour les mesures de distances, on devrait toujours au minimum les analyser au travers d'un terme fixe et d'un autre proportionnel à la distance ($\sigma^2 = a_1^2 + [a_2 D]^2$) ; par exemple, pour des mesures au théodolite, a_1 est l'erreur de centrage et a_2 est l'erreur de détermination des angles. Mais ces valeurs a_1 et a_2 restent très subjectives et difficiles à établir de manière indiscutable. Il faut de toute manière se garder de modèles d'erreurs simplistes où a_1 serait nul, car les visées courtes seront surpondérées parfois de manière choquante (visées de rattachement par exemple).

Une autre difficulté dans l'emploi des moindres carrés tient à la détection de fautes de mesures. Celles-ci ont beaucoup diminué avec les mesures électroniques sur le terrain, mais existent encore (point mal codé : erreur d'identification du point visé par exemple). Si plusieurs grosses fautes figurent parmi les mesures, il peut devenir presque impossible de les identifier. Il faut toujours investir du temps dans une vérification des mesures entrées en machine, et analyser les résidus de calcul avec beaucoup de soin ; le plus gros résidu est souvent proche de la faute, sans être forcément dessus. Toute une part des recherches effectuées depuis dix ans concerne la recherche

d'estimateurs *robustes*, c'est-à-dire capables de mettre en lumière sans ambiguïté une mesure fautive. Par exemple la **norme dite L1** consiste à minimiser la somme des valeurs absolues des résidus, elle est assez robuste mais elle est en pratique difficile d'emploi.

Un dernier aspect important des moindres carrés doit être précisé : il est de plus en plus nécessaire de fournir de manière visuelle avec le résultat du calcul de coordonnées, celui donnant la qualité de détermination des points. La solution traditionnelle consiste à représenter autour de chaque point la zone dans laquelle il est statistiquement probable (par exemple à 95 %, ou à un autre pourcentage près) que le point se trouve. Malencontreusement, si le sens statistique de ces **ellipses d'erreur** est bien précis, il n'en est pas de même de leur sens physique : celles-ci sont en effet strictement liées au choix que l'on peut faire d'un point de référence, dont les coordonnées sont imposées (ce point pouvant être fictif, par exemple barycentre d'un sous-ensemble de points) : il y a très peu de cas (voire aucun ?) dans lesquels l'exactitude absolue des coordonnées est recherchée ; généralement l'erreur que l'on a besoin de caractériser est l'erreur relative de positionnement entre les points du réseau. Ainsi pourra-t-on dire que le réseau géodésique français, ensemble de 100 000 points environ, est caractérisé par une erreur de 1 cm combinée avec 1 cm/km. Et comme le point de référence est au Panthéon, il est de peu d'utilité aux usagers de la région de Lyon de savoir que leurs points ont des ellipses d'erreur ayant des demi-axes de l'ordre de 5 m. Ce qui l'intéresse est par exemple que deux points à 5 km l'un de l'autre, entre lesquels un cheminement est créé, aient une position relative connue à 5 cm près ou mieux, ce qui influe directement sur la tolérance de fermeture de leur cheminement (car dans certains cas leur cheminement, effectué avec des appareils récents, sera nettement plus précis...).

Exemple : auscultation d'ouvrages par comparaison de réseaux géodésiques.

Un problème classique concerne la surveillance d'un grand ouvrage : pont, barrage, grand bâtiment, glissement de terrain, etc. On établit un ensemble de points permettant un centrage d'excellente qualité, que l'on observe (angles, distances) à intervalles réguliers : toute déformation mesurée pourra être interprétée soit en terme de mouvement de certains points, soit d'erreur de mesure. Lorsqu'on doit comparer deux séries de mesures, on les compense par moindres carrés séparément. Ensuite, la méthode traditionnelle consiste à réputer fixes un point et une direction, et à représenter les mouvements de tous les points sous forme de vecteurs-déplacements (figure 12a) ; les erreurs associées sont représentées par les ellipses d'erreur. Ce type de représentation est critique à plusieurs points de vue :

- le choix de point et d'orientation fixes est entièrement arbitraire. Un choix différent donne des vecteurs différents. Dès lors, comment disposer d'un résultat intrinsèque et non subjectif ?

- les ellipses d'erreur ne permettent pas de représenter correctement le degré de signification d'un mouvement, comme mentionné précédemment : elles décrivent uniquement les marges d'erreur sur des coordonnées, qui sont en fait d'un intérêt faible pour un problème de ce type.

Pour ces raisons, on a recours à un autre formalisme, celui des tenseurs de déformation (figure 12b). Dans chaque figure élémentaire (triangle, quadrilatère, etc.), on calcule quel est le tenseur de déformation qui représente le mieux le passage de cette figure de l'époque 1 à l'époque 2. Ces tenseurs ne dépendent d'aucun choix arbitraire, et sont donc une représentation intrinsèque des mouvements dans le réseau : ils ne présument d'aucune stabilité de zone, et sont donc recommandés pour toute interprétation. Pour représenter simultanément les mouvements et les erreurs de détermination, on peut avantageusement employer une méthode de MonteCarlo (figure 13) ; pour plus de détails, voir [2] et l'article *Fiabilité. Maintenabilité* [T 4 300] dans le traité L'entreprise industrielle. Le défaut de cette représentation est surtout que les tenseurs ne sont pas immédiats à interpréter pour le néophyte. Si cet aspect est trop pénalisant, il est toujours possible de travailler sur tenseurs tout d'abord, d'en déduire l'existence éventuelle d'au moins une zone non déformée (mais cela peut ne pas se produire), et alors de représenter les mouvements par vecteurs-déplacements en prenant comme référence cette zone.

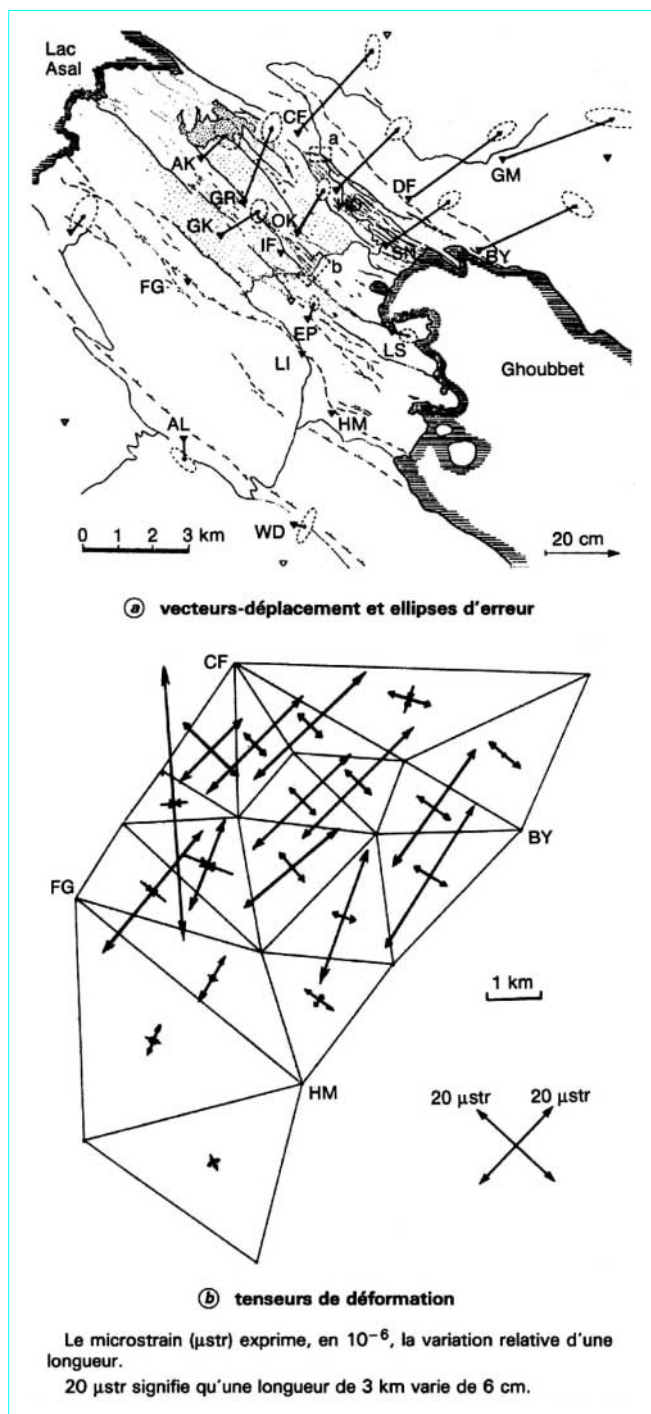


Figure 12 – Représentations comparées en vecteurs-déplacement et ellipses d'erreur, et en tenseurs de déformation du site de Djibouti (1979-1985)

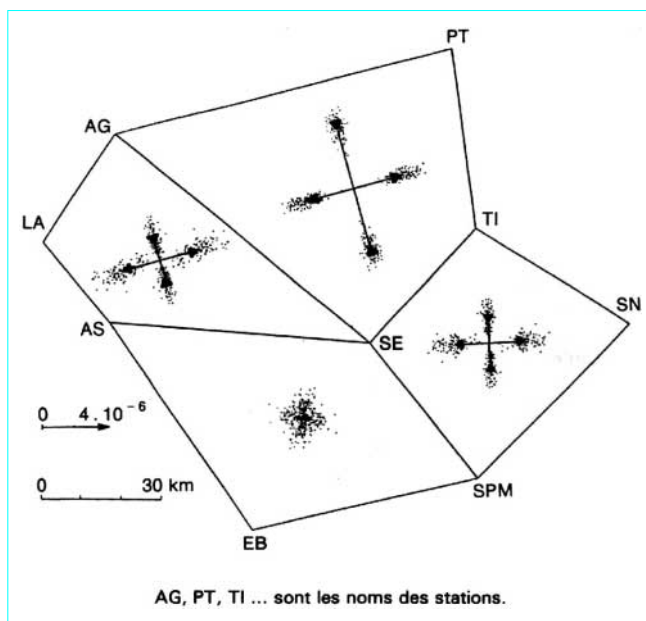


Figure 13 – Exemple d'analyse de déformations dans un réseau géodésique [2], traitée par tenseurs de déformation : les nuages de points sont le résultat de la méthode de Monte-Carlo et permettent de visualiser les incertitudes sur les tenseurs (Golfe de Californie 1982-1986)

3.3 Systèmes d'information géographique (SIG)

Il s'agit d'un concept récent (milieu des années 70), et qui recouvre un ensemble de techniques dont l'importance économique suit une croissance assez spectaculaire, à tel point qu'on peut sérieusement penser qu'il pourrait s'agir de l'avenir principal des professions de la géométrie. Un SIG est tout d'abord un ensemble de données localisées dont les origines peuvent être variées : scannage de cartes existantes, levés nouveaux ayant des précisions diverses (soit directs, soit photogrammétriques), voire bases de données existant sur le marché. Ensuite un SIG se compose d'outils informatiques (matériels et logiciels) permettant d'employer ces données, et souvent de les enrichir, de les mettre à jour, etc. L'objectif du SIG est de permettre, d'une part un accès aisé aux données, d'autre part de créer des documents cartographiques sur mesure à partir de celles-ci. Il est aussi de permettre une véritable gestion de ces données (c'est le point essentiel qui différencie un logiciel de SIG d'un logiciel de DAO, dessin assisté par ordinateur), et de servir d'aide à la décision grâce à cette possibilité de gestion *a priori* bien plus puissante que dans le cas de données papier. Les SIG sont donc le prolongement normal de la cartographie d'autrefois, à laquelle on ajoute l'extraordinaire puissance de travail des ordinateurs actuels. Évidemment, on trouvera des SIG ayant de très grandes différences de performances, selon qu'ils utiliseront des PC (Personal Computer), ou des stations de travail, ou de gros ordinateurs. Pour une étude détaillée des SIG, se référer par exemple à [3].

Nous citons pour terminer les grands problèmes posés par les SIG.

■ La notion d'échelle disparaît, elle est remplacée par celle de précision du levé, et celle-ci n'étant plus indissociable des données, de sérieuses erreurs d'interprétation peuvent en résulter (agrandir une carte papier agrandissait aussi la taille des traits, l'erreur étant égale à la largeur du trait pour une carte *régulière* ne pouvait être oubliée). Les outils graphiques des SIG ne gèrent pas encore l'épaisseur des traits, ce qui constitue manifestement une faiblesse.

■ Une grande importance doit être donnée à la compatibilité des données entre elles, si l'on veut pouvoir bénéficier d'une synergie dans leur emploi commun : une même limite peut servir à plusieurs thèmes, et en assurer l'intercompatibilité implique que ce soit le même fichier numérique qui soit employé dans tous les thèmes concernés. On entrevoit la difficulté que rencontrent alors tous ceux qui veulent travailler sur un mélange de cartes scannées (par exemple cadastre) et de levés directs, car leur superposabilité n'est garantie – en l'absence de toute intervention préliminaire – que dans la marge donnée par la tolérance de chaque document, ce qui est presque toujours inacceptable. On se trouve donc face à une nouvelle nécessité d'un référentiel unique pour tous les levés si l'on veut bénéficier de la possibilité de recouper leurs informations ultérieurement.

■ Les données peuvent être structurées de façon plus ou moins poussée. Au minimum, on disposera de données *spaghetti*, sans aucune qualification de chaque trait et sans aucune relation avec des attributs, comme si, dans une carte, tout était représenté en une seule couleur. À l'opposé, les données peuvent être structurées avec beaucoup de luxe : on décrira alors leur *topologie* (relations existant entre elles) pour pouvoir s'en servir utilement. Ainsi une base de données routière devra différencier les routes par des codes selon leur taille,

leur viabilité, etc., de sorte qu'un logiciel adapté à ce codage particulier permettra d'extraire à volonté par exemple *toutes les routes permettant de convoier un camion de 25 t* et ensuite de choisir la plus rapide pour joindre deux villes. Les données graphiques sont donc structurées en *couches* parfaitement superposables, plus ou moins nombreuses (dans notre exemple, une pour les routes, une pour les cours d'eau, une pour les voies ferrées, etc.), et sont mises en relation avec des données alphanumériques, ou attributs, qui les qualifient (comme la largeur des voies, les noms des villes, etc.).

■ Le problème des formats est donc fondamental si l'on veut sauvegarder des possibilités d'échanges entre SIG et éviter d'être enchaîné à un fournisseur particulier de logiciels (qui impose donc son format). On a mis au point en France tout récemment une norme du CNIG (Conseil National de l'Information Géographique), appelée EDIGEO, pour assurer un format d'échange standardisé entre SIG ; et il est probable qu'un format international verra le jour sous peu, au moins en Europe.

■ Les SIG se répandent rapidement et sont extrêmement gourmands en données topographiques numériques. La photogrammétrie est le moyen d'approvisionnement privilégié pour le moment, mais il faut bien noter que tout SIG que l'on crée non seulement exige des données, mais aussi représente un besoin régulier et à long terme en données de mise à jour.

C'est une ouverture remarquable pour la profession de géomètre-topographe amené à jouer de plus en plus le rôle d'expert auprès des collectivités locales (principaux clients en matière de SIG pour la gestion des réseaux locaux, des voiries, etc.), mais aussi à fournir probablement bien plus de levés qu'autrefois.

Topographie. Topométrie. Géodésie

par **Michel KASSER**

*Professeur des Universités
Ingénieur en Chef Géographe
Directeur de l'École Supérieure des Géomètres et Topographes
(Conservatoire National des Arts et Métiers)*

Bibliographie

Références

- [1] LEVALLOIS (J.J.). – *Géodésie Générale*. 4 tomes. Eyrolles (1970).
[2] PAGARETE (J.), KASSER (M.) et RUEGG (J.C.). – *Évaluation et représentation des erreurs sur les déformations d'un réseau géodésique* :

utilisation de la méthode de Monte-Carlo. Bulletin Géodésique. Vol. 64, p. 63-72 (1990).

- [3] PORNON (H.). – *Les SIG ; mise en œuvre et applications*. 200 p., Éd. Hermès (1992).

XYZ (trimestriel) : revue de l'AFT.

Bulletin Géodésique (trimestriel) : revue scientifique internationale (en anglais) dans le domaine de la géodésie.

Revues

Géomètre (mensuel) : revue de l'Ordre des géomètres-experts.

Constructeurs et fournisseurs

Leica Sarl

Regroupement des Sociétés suisses Wild (Herbrugg) et Kern (Unterentfelden). Appareils de terrain (théodolites, niveaux – dont le *NA 2000* –, appareils électroniques de mesures de distances, tachéomètres). Appareils de photogrammétrie, chambres métriques de prise de vues aériennes.

Zeiss Carl (HR) - (Allemagne). Kopf Gérard

Appareils de terrain diffusés par divers représentants ; appareils de photogrammétrie.

Mesures et Systèmes SA

Société représentant la gamme AGA Géotronics (Suède) en appareils de terrain (tachéomètres, mesures électroniques de distances), et en photogrammétrie la gamme ADAMS Technology (Australie).

Le Pont Équipements

Matériels de topographie (terrain et bureau) de marques diverses.

Esri France

Fournisseur du SIB Arc-Info.

JS Info

Fournisseurs de logiciels de calculs topographiques et de dessin topographique (TOPOJIS et ASCODES +).

ADDE Marketing

Fournisseur de SIG Map Info.

APIC Systèmes

Fournisseur du SIG APIC.

Organismes

IGN Institut Géographique National

Chargé de la réalisation de la carte de base au 1/25 000, puis de bases de données nationales (BDTopo, précision 1 m ; BDCarto, précision 10 m ; BDAlti, modèles numériques de terrain de toute la France, repères de nivellement et de géodésie).

Ordre des Géomètres-Experts

Les géomètres-experts (2 200 cabinets) ont l'exclusivité de l'expertise relative aux biens fonciers. Activité libérale. Activité importante en aménagement, urbanisme, gestion de patrimoine, constitution de bases de données, levés à grandes échelles, etc...

Chambre Syndicale des Photogrammètres Privés. AFT Association Française de Topographie

Association interprofessionnelle regroupant les acteurs français de la topographie, tant privés que publics.

CNIG Conseil National de l'Information Géographique

Regroupe tous les acteurs officiels de la topographie et de l'information géographique en général, avec de nombreux groupes de travail permanents, afin de faire évoluer les réglementations, les normes, etc.

École Supérieure des Géomètres et Topographes

Formation principale des ingénieurs géomètres et topographes en France. Formation de techniciens restituteurs-photogrammètres.